

Referanserammer og transformasjoner

Rapport 19-04811-18



Informasjon om rapporten:

Tittel: Referanserammer og transformasjoner

Dato: 19. oktober 2023

ISBN-nr.: 978-82-7945-476-2

Rapport nr.: 19-04811-18

Forfattere: Per Christian Bratheim, Sveinung Himle, Karoline A. Skaar (redaktør), Oddvar B. Tangen og Olav Vestøl

Klassifisering: Fri

Oppsummering: Denne rapporten dokumenterer de mest relevante referanserammer som er i bruk i Norge, og beskriver samtidig Kartverkets rutiner for hvordan en transformerer mellom dem. Formålet er åpenhet om Kartverkets transformasjonrutiner slik at brukerne skal være sikre på hva som gjøres og være i stand til å vurdere framgangsmåten og eventuelt ta dem i bruk i egne produksjonslinjer og programvare.

Nøkkelord: Referanserammer, transformasjoner, geodesi, EUREF, ITRF, NN2000

Godkjent av: Kristian Breili

Denne rapporten skal refereres som:

Kartverket, 2023. Referanserammer og transformasjoner. Utarbeidet av Per Christian Bratheim, Sveinung Himle, Karoline A. Skaar (redaktør), Oddvar B. Tangen og Olav Vestøl. Kartverkets rapportserie, 19-04811-18. ISBN: 978-82-7945-476-2.

Innhold

1	Bakgrunn	7
2	Introduksjon	9
3	Globale referanserammer	11
3.1	Referansesystem og referanseramme	12
3.2	De viktigste globale referanserammene	13
4	Nasjonalt realiserte referanserammer	15
4.1	NGO1948	15
4.1.1	Prinsipp	15
4.1.2	Den moderne førsteordenstriangulering	17
4.1.3	Beregning i etapper	17
4.1.4	Avstandsmåling	17
4.1.5	AMS-utjevningen	18
4.1.6	NGO1948 i Nord-Norge	18
4.1.7	Detaljtriangulering	19
4.1.8	Svakheter i NGO1948	20
4.2	ED50	21
4.3	EUREF89	22
4.3.1	Beregningsmetodikk	23
4.3.2	Kartprojeksjon for bygg- og anleggsformål	27
4.3.3	Oppdateringer av referanserammen	27
4.3.4	Aktiv og passiv referanseramme	28
4.4	IGS05N	30
4.5	IGS08 og IGb08	31
4.6	IGS14	31
4.7	IGS20	31
4.8	Det geodetiske grunnlaget på Svalbard	31
4.8.1	Geometrisk grunnlag	32
4.8.2	EUREF89 i Longyearbyen	32
4.8.3	Overgang fra ED50 og justering av EUREF89	33
4.8.4	EUREF89 i Ny-Ålesund	33
4.8.5	EUREF89 i Svea	34
4.8.6	EPOS	34
4.8.7	Posisjonstjenester på Svalbard	34
4.9	Vertikale referanserammer	35
4.10	Nasjonal fysisk høydereferanseramme	35
4.10.1	NN1954	36
4.10.2	NN2000	37

4.10.3	Høydereferansemodeller	38
4.10.4	Lokale høydesystem	39
4.10.5	Høydesystem på Svalbard	39
4.11	Globale høydesystem	40
4.12	Høydenivåer til sjøs	41
5	Standardisering	43
5.1	EPSG-registeret	43
5.2	ISO Geodetic Registry	44
6	Transformasjoner i Sktrans	45
6.1	NGO1948-EUREF89	45
6.1.1	Formål og hovedprinsipp	45
6.1.2	Fellespunkter	45
6.1.3	Transformerings	47
6.1.4	Helmert-transformasjon	47
6.1.5	Kollokasjon	48
6.1.6	7-parameter Helmert-transformasjon	48
6.1.7	Transformasjonsbiblioteker	49
6.2	Fra globale referanserammer til EUREF89	51
6.2.1	Fra ITRF-rammer til IGS05N	51
6.2.2	Transformasjon fra IGS05N epoke 2009.58 til EUREF89	53
6.3	ED50	54
6.3.1	Transformasjon til lands	54
6.3.2	Transformasjoner til sjøs før 2001	54
6.3.3	Transformasjoner til sjøs etter 2001	56
7	Modernisering av transformasjonsbiblioteket	59
7.1	Proj	59
7.1.1	Proj som kommando	59
7.2	EUREF89-NGO1948	60
7.2.1	EUREF89-NGO1948 som triangelmodell	60
7.2.2	Nøyaktighet translasjoner på TIN-modell	62
7.3	ITRF2014-EUREF89	63
7.3.1	NKG_RF17vel	63
7.3.2	Original NKG2020 transformasjon	64
7.3.3	Modifisert NKG2020 transformasjon	67
7.3.4	Eksempel transformasjon fra ITRF14 til EUREF89	68
7.3.5	Tilpasning av NKG2020 til landsnettet	71
8	Tilgjengelige tjenester	75
8.1	Transformasjonstjeneste på OpenAPI	75
8.2	Transformasjonstjeneste på Kartverkets nettside	75
8.3	Verktøy	75
8.3.1	Beregning av transformasjoner	75
9	Vedlikehold av referanserammene	77
9.1	Fysisk vedlikehold	77
9.2	Beregningsmessig vedlikehold	79

A	Realisering av EUREF89 i Norge	85
A.1	GPS analyse	86
A.2	Transformasjon fra GPS løsning gitt i ITRF93 til EUREF89	87
B	Alternativ beregning av transformasjonsparametre	91
C	Formelverk - fra ETRF2014@2000.0 til ETRF1993@2000.0	93
D	C-API for Proj	97
E	Geodesiprogrammet <i>geokassa</i>	99
E.1	Tilgjengelig kommandoer i <i>geokassa</i>	99
E.2	Praktisk bruk - <i>geokassa</i>	99
F	Gamle lokale referanserammer i Bergen	101
F.1	Bakgrunn: Hvorfor koordinater?	101
F.2	Referansesystemets definisjon	104
F.2.1	Origo i Domkirken	105
F.2.2	Nøyaktig posisjon for Bergen	106
F.2.3	Nordretning	107
F.3	Realisering av referansesystemet	109
F.3.1	Basisnett	109
F.3.2	Triangulering	113
F.3.3	Polygonpunkt	116
F.4	Eksempler på bruk av Bergen Lokal	116
F.4.1	Bykart	116
F.4.2	Målebrev	116
F.4.3	Veivæsenet	117
F.4.4	Vand- og kloakvæsenet	118
F.5	Transformasjon til nyere referansesystem	118
F.5.1	NGO1948	118
F.5.2	Fra NGO1 til Bergen Lokal	122
F.5.3	Fra Bergen Lokal til NGO1	122
F.5.4	Transformasjon til Euref89 UTM sone 32	123
G	Gamle lokale referanserammer i Oslo	127
G.1	Oslo Lokal	127
G.1.1	Oslo lokal høyde (OLH)	127
G.1.2	Overgang til NN2000 i 2015 - nye målinger, beregninger og transformasjoner.	127
G.1.3	Oslo Lokal grunnriss	128
G.1.4	Overgang til EUREF89 i 2006 – nye målinger, beregninger og transformasjoner	129

Kapittel 1

Bakgrunn

Det finnes mange referanserammer. Noen gamle avløses av nye, mens andre forblir i bruk sammen med de nye. Noen er globale, andre er nasjonale eller lokale. Denne rapporten dokumenterer de mest relevante referanserammer som er i bruk i Norge, og beskriver samtidig Kartverkets rutiner for hvordan en transformerer mellom dem.

Formålet er åpenhet om Kartverkets transformasjonrutiner slik at brukerne skal være sikre på hva som gjøres og være i stand til å vurdere framgangsmåten og eventuelt ta dem i bruk i egne produksjonslinjer og programvare.

Kapittel 2

Introduksjon

Rapporten har en tydelig todeling: Første del, kapittel 3 og 4 omhandler referanserammer som er helt eller delvis realisert i Norge, og andre del, kapittel 6 og 7, beskriver transformasjoner mellom referanserammene.

Rapporten starter i kapittel 3 med å beskrive globale referanserammer og gjør viktige begrepsavklaringer vedrørende referansesystem og referanserammer. Videre beskrives de viktigste globale referanserammene, ITRF, IGS og WGS84, samt forskjellene og fellestrekkene mellom dem.

I kapittel 4 beskrives de nasjonalt realiserte referanserammene og historien bak. Først beskrives NGO1948, deretter følger ED50. Videre beskrives EUREF89 med beregningsmetodikk, kartprojeksjoner (UTM og NTM) og oppdateringer etterfulgt av en beskrivelse av aktiv og passiv referanseramme. Deretter beskrives de globale referanserammene som til en viss grad er realisert i Norge: IGS05N, IGS08 og IGB08, IGS14 og IGS20. Alle er realisert i den aktive referanseramma; de permanente geodetiske stasjonene, noen rammer er også realisert i den passive referanseramma. Til slutt i dette kapitlet beskrives det geodetiske grunnlaget på Svalbard.

I kapittel 4.9 beskrives de vertikale referanserammene. Først beskrives de nasjonale fysiske høydereferanserammene, NN1954 og NN2000, med tilhørende høydereferansemodeller. Deretter gis det en gjennomgang av globale høydesystem og høydesystem til sjøs.

Kapittel 5 gir en kort introduksjon til aktuelle standarder.

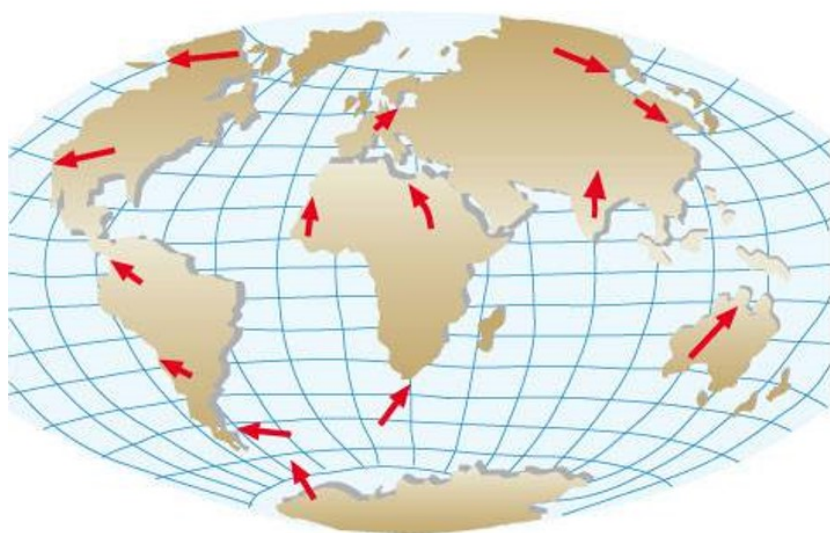
Videre i rapporten beskrives transformasjoner. I kapittel 6 går det grundig gjennom transformasjonene i SkTrans. SkTrans bruker det som tidligere var det offisielle transformasjonsbiblioteket i Norge og er fortsatt i bruk. I kapittel 7 beskrives det nye transformasjonsregimet som er basert på Proj og er den nye offisielle standard for transformasjon mellom referanserammer i Norge.

Rapporten beskriver de globale referansesystemene som er helt eller delvis realisert i den nasjonale geodetiske infrastrukturen. Mange globale referansesystem er kun realisert i Kartverkets internasjonale stasjoner (IGS-stasjoner). Disse omtales ikke i rapporten.

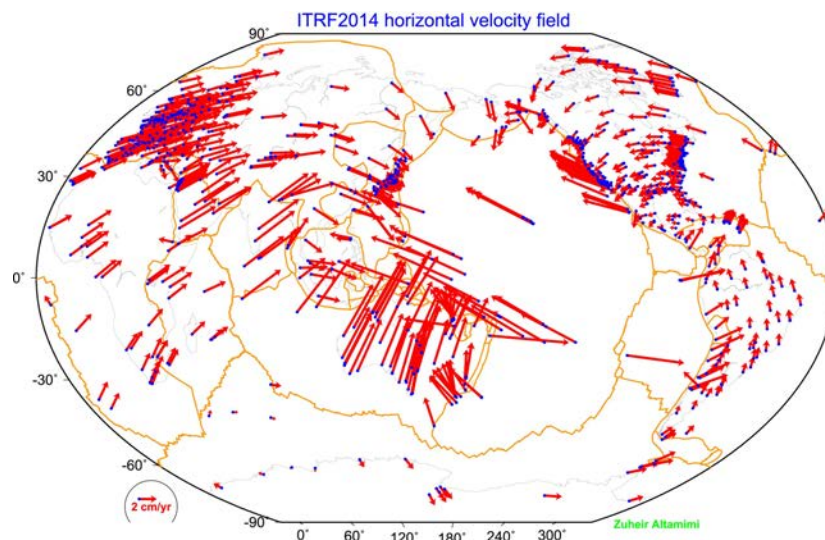
Kapittel 3

Globale referanserammer

Felles for alle globale referanserammer som vi omtaler nedenfor, er at de etter definisjonen er stabile i forhold til jordkloden som helhet. I ei slik referanseramme vil en erfare at kontinentene beveger seg. En posisjon for et punkt på et kontinent vil derfor endre seg med tiden. For å oppnå entydighet må en derfor alltid oppgi referansetidspunktet sammen med koordinatene. I Norge utgjør denne koordinatendringen omlag $+15 \text{ mm/år}$ i både nordlig og østlig retning.



Figur 3.1: Globale referanserammer er stabile i forhold til jordkloden, men kontinentene beveger seg med forskjellig hastighet og retning.



Figur 3.2: Horisontale hastigheter på IGS-stasjoner i referanserammen ITRF2014. (Altamimi et al., 2016)

Sammen med våre nasjonale referanserammer er globale referanserammer i bruk i samfunnet. Og dagens offisielle nasjonale referanseramme, EUREF89, har sitt utspring i ei global referanseramme. I dette kapittelet redegjør vi kort for de ulike globale referanserammene og noen viktige begrep slik at det senere i dokumentet blir lettere å beskrive de nasjonale referanserammene og transformasjonene mellom ulike referanserammer.

3.1 Referansesystem og referanseramme

Referansesystem, *referanserammer* og *datum* er sentrale begrep i denne sammenheng. De to første begrepene dukket opp sammen med satellitt-teknologien og uttrykker det samme som det gamle begrepet datum, men fra en annen synsvinkel. I ISO-standarden for koordinatsystemer ([International Organization for Standardization \(2023\)](#)) er datum og referanseramme definert som identiske begrep, mens referansesystem er definert særskilt. Oversatt fra ISO-standarden har vi da følgende definisjoner:

- (Terrestrisk) referansesystem: "Samling av konvensjoner som definerer origo, skala, orientering og endringer med tiden av et romlig referansesystem som roterer sammen med jordkloden i sin daglige ferd rommet."
- (Terrestrisk) referanseramme: Først defineres det generelle begrepet referanseramme: "En parameter eller en samling av parametre som virkeliggjør koordinatsystemets skala, orientering og origoposisjon." Og Terrestrisk referanseramme (datum) er definert slik: "Referanseramme eller datum som beskriver hvordan et to- eller tredimensjonalt koordinatsystem forholder seg til jordkloden".

Med litt andre ord kan en si at det abstrakte begrepet referansesystem virkeliggjøres gjennom en referanseramme som består av fysiske punkt (referansestasjoner) med presist bestemte koordinater og hastigheter. F. eks. er ITRS2014 et referansesystem som er virkeliggjort i referanserammen ITRF2014. International Earth Rotation and Reference Systems Service (IERS) har ansvar for internasjonale referanserammer og referansesystemer, og står bak alle ITRF-rammene og ITRS-systemene.

3.2 De viktigste globale referanserammene

ITRF, International Terrestrial Reference Frame, er en global referanseramme realisert med koordinater og hastigheter på punkter fordelt på alle kontinenter. De viktigste punktene er fundametalstasjoner som kombinerer to eller flere av de romgeodetiske måleteknikkene VLBI, SLR, DORIS og GNSS. Kartverkets jordobservatorium i Ny-Ålesund på Svalbard (figur 3.3) er en slik fundametalstasjon. IERS realiserer ny referanseramme med ujevne mellomrom, sist i 2022 da ITRF2020 ble publisert.



Figur 3.3: Kartverkets jordobservatorium i Ny-Ålesund. Her kombineres teknikkene VLBI, GNSS, DORIS og SLR (fra 2025). Foto: Bjørn-Owe Holmberg

IGS, International GNSS Service, publiserer modifiserte ITRF-realiseringer som er bedre tilpasset GNSS-anvendelser. Dette gjøres ved først å oppdatere antennekalibreringene til satellitt- og mottakerantennene. Deretter realiseres referanserammen på nytt i utvalgte stasjoner med GNSS alene, sammen med de oppdaterte antennekalibreringen, ved en innpasning til ITRF-ramma. På denne måten blir antennekalibreringene en integrert del av referanseramma. Det hender at IGS gjør flere slike tilpasninger til samme ITRF-ramme. Da erstattes prefiksen i IGS med en bokstav. For eksempel er IGB08 en oppdatert utgave av IGS08.



Figur 3.4: Antennekalibrering (foto: NOAA).

Antennekalibreringsfilen kalles ofte ANTEX-filen og inneholder kalibreringsverdiene til satellitt- og mottakerantennene. Hver IGS-ramme har sin egen fil. For eksempel har IGS14 fila IGS14.ATX. For hver antenne oppgis avstanden fra antennas referansepunkt, ARP, til fasesenteret for ulike satellittsystem og frekvenser. I tillegg oppgis hvordan fasesenteret varierer med asimut og elevasjon til de ulike satellittene (kalt PCV eller Phase Center Variations). Vanligvis oppgis typekalibreringer som er et gjennomsnitt av et varierende antall antenner av samme type, men også individuelt kalibrerte antenner kan forekomme.

IGS leverer daglig og ukentlig banedata og jordrotasjonsparametere for bruk i GNSS-prosessering. Ved konsistent bruk av IGS-produkter oppnås en konsistent referanseramme.

WGS84, World Geodetic System 1984, er etablert og blir oppdatert av amerikanske National Geospatial-Intelligence Agency (NGA). WGS84 blir brukt i satellittnavigasjonssystemet GPS og er derfor et mye brukt referansesystem internasjonalt. WGS84 oppdateres og innpasses til den internasjonale referanserammen (ITRF). WGS84 har derfor versjonsnummer og nåværende versjon kalles WGS84(G2139). Denne versjonen er innpasset til IGB14 og vil trolig sammenfalle på centimeternivå med IGB14. Det finnes tidligere versjoner av WGS84 som er tilpasset andre ITRF-rammer.

Blant de ovennevnte tre typer av globale referanserammer tilbyr Kartverket kun offisielle transformasjoner mellom nasjonale referanserammer og IGS-rammer. For de aller fleste praktiske formål kan det settes likhetstegn mellom ITRF_{yyyy}, IGS_{yy} og WGS84 når det refereres til samme tidspunkt (epoch) og WGS84 er innpasset på ITRF_{yyyy}.

Mer informasjon:

- Om ITRF: ([IGN](#), [2023](#))
- Om IGS: ([IGS](#), [2023](#))
- Om WGS84: ([NGA](#), [2023](#))

Kapittel 4

Nasjonalt realiserte referanserammer

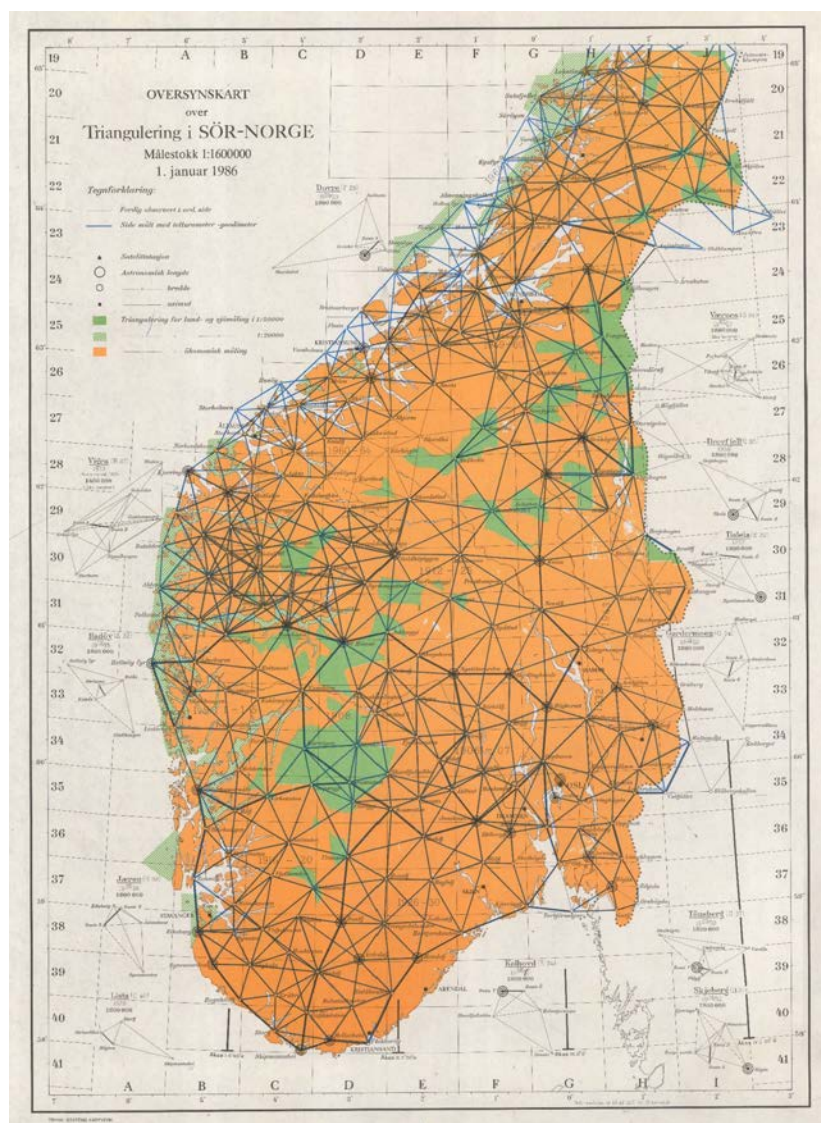
De eldste nasjonale referanserammene som tas med her er etablert på klassisk vis med astronomiske målinger som plasserer referanserammen på jordkloden og med terrestriske vinkler og avstander som etablerer et nett av referansepunkter.

Avgrensningen mellom globale og nasjonale referanserammer kan være vanskelig å trekke ettersom globale referanserammer brukes nasjonalt. I denne framstillinga er avgrensningen gjort ved at en referanseramme kalles nasjonal hvis den er realisert i våre referansestasjoner og vårt fastmerkenett med koordinater ved et definert referansetidspunkt.

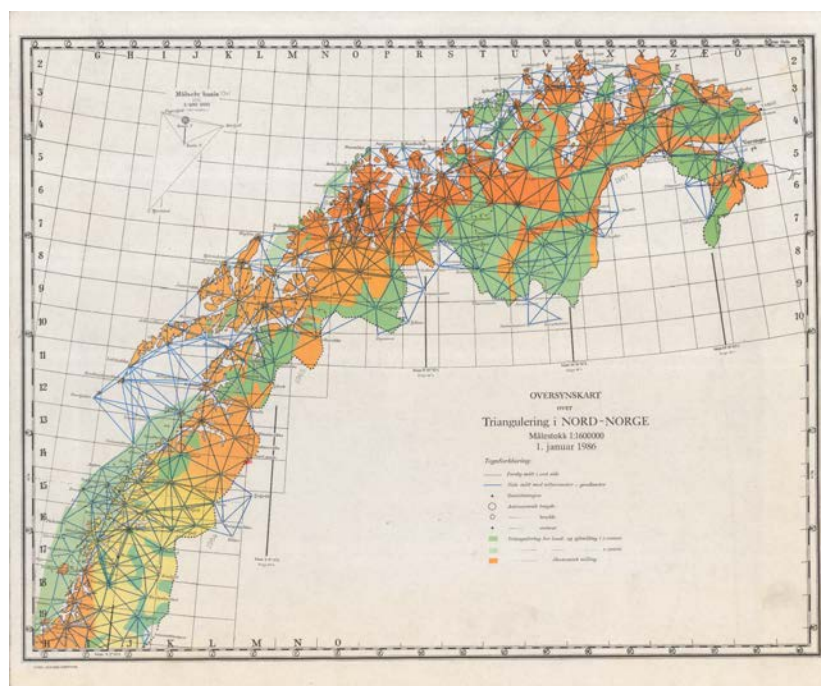
4.1 NGO1948

4.1.1 Prinsipp

Referanserammen NGO1948 er basert på metodene triangulering (vinkelmåling) og trilatasjon (avstandsmåling). Det ble etablert punkter, gjerne på fjelltopper, og der ble det målt vinkler mellom siktelinjene til omkringliggende punkter. Fra omkring 1960 ble avstandsmåling tatt i bruk, og vinkelmåling i førsteordensnettet ble etter hvert faset ut. Vinklene og avstandene utgjør et trekantnett inndelt i ordener der de største trekantene, førsteordensnettet, danner grunnlaget for andreordensnettet og detaljgrunnlaget. Det ble i 1920- og 30-årene målt flere basislinjer for å bestemme målestokken i nettet, og på noen punkter ble det målt astronomisk bredde og asimut. [Sømod \(1973\)](#) gir en mer detaljert beskrivelse av NGO1948-grunnlaget.



Figur 4.1: NGO1948 sitt førsteordensnett i Sør-Norge i 1986.



Figur 4.2: NGO1948 sitt førsteordensnett i Nord-Norge i 1986.

4.1.2 Den moderne førsteordenstriangulering

Fra slutten av 1700-tallet hadde NGO etablert måling av grunnlagsnett etter disse prinsippene (unntatt avstandsmåling) som basis for kartlegging av landet. Rundt år 1900 var landet stort sett dekket med grunnlagspunkter, men både punkttetthet og kvalitet var sterkt varierende. Kravene til kvalitet var økende, og det ble derfor besluttet å bygge opp et nytt førsteordens grunnlagsnett i Norge. I 1906 startet "den moderne" førsteordens triangulering i Sør-Norge.

4.1.3 Beregning i etapper

Lange reiseavstander, krevende topografi og vekslende værforhold gjorde arbeidet svært tidkrevende. Etter ca. 40 års innsats hadde man målt ferdig Sør- og Østlandet, mens det i resten av landet stort sett bare fantes eldre målinger. De enkelte delene av nettet ble beregnet stykkevis for å brukes som grunnlag for kartlegging, men i slutten av 1940-årene startet arbeidet med en samlet utjevning av førsteordensnettet på Sør- og Østlandet. I 1950 var beregningen ferdig, og dette var første ledd i realiseringen av NGO1948. Med datidens manuelle beregningsmetoder var det ikke mulig å utjevne hele nettet på en gang. Det ble derfor inndelt i blokker, og det var store problemer med å få blokkene til å passe sammen. Resultatet var et førsteordensnett med store målestokkvariasjoner og enkelte større diskontinuiteter.

I løpet av 1950- og 60-årene ble målingene på Vestlandet og Trøndelag ferdigstilt. Disse delene av nettet ble knyttet til østlandsblokken med tvang, noe som bidro til den varierende målestokken.

4.1.4 Avstandsmåling

Norge var tidlig ute med å ta i bruk elektronisk avstandsmåling i førsteordensnettet. Allerede i 1958 anskaffet NGO Tellurometer avstandsmålere, og etter en testperiode ble de tatt i bruk i førsteordensnettet fra ca. 1960. Etter hvert ble andre typer avstandsmålere også tatt i bruk, spesielt lasergeodimetre som var i bruk fra tidlig i 1970-årene til slutten av 1980-årene. Denne

metoden kalles trilaterasjon, og det var ikke lenger behov for basismålinger for å bestemme nettets målestokk. En utfordring ved metoden er korrekt bestemmelse av trykk og temperatur som har stor innvirkning på de målte avstandene. Samtidig med avstandsmåling ble det også tatt i bruk helikopter til transport ut til punktene.



Figur 4.3: *Geodet Lars Bockmann måler med lasergeodimeter ca. 1980.*

4.1.5 AMS-utjevningen

Ved etablering av NATO i 1949 ble det behov for et enhetlig kartgrunnlag for medlemslandene. Det var USA som la premissene for dette, og parallelt med den norske NGO1948-utjevningen utførte Army Map Service (AMS) en felleseuropeisk beregning av førsteordensnettene der Norge, Sverige og Danmark ble utjevnet i én blokk. Denne beregningen ble utført i den europeiske referanserammen ED50. NGO valgte likevel å bruke sin egen utjevning og ikke ta i bruk AMS sin beregning i Sør-Norge. Årsaken var nok en betydelig skepsis til AMS sine beregningsmetoder som bl.a. inkluderte bruk av datamaskiner.

4.1.6 NGO1948 i Nord-Norge

Førsteordensnettet i Nord-Norge var i hovedsak basert på trilaterasjon. Til forskjell fra Sør-Norge ble denne delen av førsteordensnettet beregnet i ED50 og koblet sammen med AMS-nettet i Sør-Norge samt Sverige og Finland. De beregnede ED50-koordinatene ble transformert til NGO1948. Dette ble gjort i flere etapper, og i begynnelsen av 1970-årene var førsteordensnettet ferdig i hele landet. I 1963 anskaffet NGO sin første datamaskin som ble tatt i bruk i beregningsarbeidet fra 1964. Denne ble etter hvert erstattet med nyere og kraftigere maskiner. Dette var en stor forbedring fordi man nå kunne utjevne større deler av nettet i én operasjon. Mer moderne beregningsteknikker og en stor andel avstandsmåling gjør at kvaliteten på førsteordensnettet i NGO1948 generelt er bedre i Nord-Norge enn i Sør-Norge.



Figur 4.4: EDB-operatør Tore Keyn ved Kartverkets første data-maskin, Elliot 803B anskaffet i 1963. Slengbuksene indikerer at bildet er tatt tidlig i 1970-årene.

4.1.7 Detaljtriangulering

Detaljtriangulering foregikk hele tiden parallelt med etablering av førsteordensnett. Fra begynnelsen ble punktene brukt som grunnlag for topografisk kartlegging i målestokk 1:100 000 og til sjøkartlegging, men fra 1950-årene ble dette endret til 1:50 000 ved innføring av den militære kartserien M711. Fra 1960-årene startet arbeidet med økonomisk kartverk(ØK) i målestokk 1:5 000. Dette stilte enda høyere krav til antall og kvalitet på grunnlagspunktene. I perioden 1960-1990 ble det etablert grunnlagsnett for økonomisk måling i hele landet med unntak av noen fjellområder. Satsningen på ØK førte til et stort press på ferdigstillelse av førsteordensnett. [Sømod \(1973\)](#) påpeker at det hadde vært ønskelig med noe bedre tid til dette arbeidet. Detaljnettet (3. og 4. orden) ble hovedsaklig basert på triangulering, men fra 1970-årene ble det også målt avstander for å styrke nettet i dalfører og langs fjorder. I de siste ØK-prosjektene i slutten av 1980-årene ble det også målt noe med GPS for å styrke nettet. Det siste prosjektet basert på triangulering og avstandsmåling var etablering av grunnlagsnett for ØK i Narvik i 1990. Etter dette ble det i hovedsak målt med GPS. I noen kommuner ble detaljnettet målt på nytt med GPS i første halvdel av 1990-årene. Disse prosjektene ble delvis beregnet som fritt nett, og avviker derfor en del i forhold til eldre grunnlagsnett i nabo-kommunene. Dette skapte noen ekstra utfordringer da data senere skulle transformeres fra NGO1948 til EUREF89.

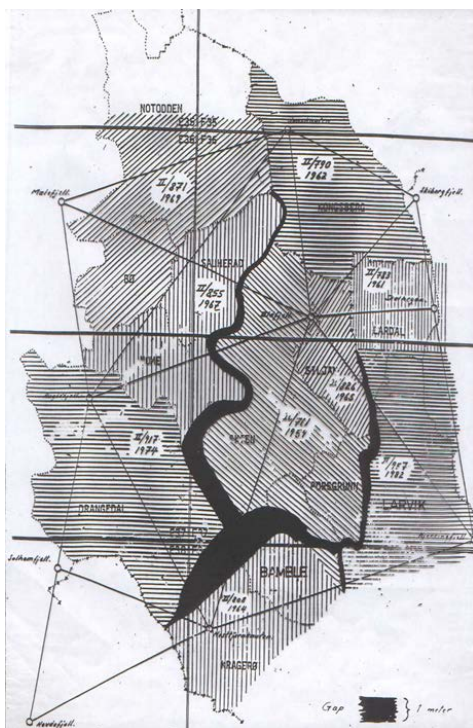


Figur 4.5: *Geodet Per Christian Bratheim fra den siste trianguleringen for økonomisk kartverk i Narvik 1990.*

4.1.8 Svakheter i NGO1948

Som nevnt i kapittel 4.1.3 var det store utfordringer med sammenstilling av de utjevnete blokkene. Den største diskontinuiteten som følge av dette er kjent som Skiens-gapet der det ble tvang på 2-3 meter over Skiensfjorden mellom Sør- og Østlandsblokken. Dette ble løst ved at grunnlaget i kommunene Skien, Porsgrunn og Siljan kun er basert på Østlandsblokken. Beregningen i Bamble ble basert på Sørlandsblokken, men ble deretter transformert slik at det passet sammen med nettet i Skien, Porsgrunn og Siljan. Dette ble gjort med en Helmert-transformasjon basert på noen få punkter lengst nord i kommunen.

Nettet i Kragerø er basert på Sørlandsblokken, men har en stor målestokkfaktor, og passer ikke sammen med nettet i noen av nabokommunene. Overraskende nok fungerte denne løsningen brukbart for de berørte kommunene helt til innføring av EUREF89, men det var viktig at de som var ansvarlig for kart- og oppmåling i området kjente de lokale forholdene.



Figur 4.6: *Skiensgapet.*

I Møre og Romsdal tok det lang tid før førsteordensnettlet ble ferdigstilt. På 1950-tallet ble det beregnet en del førsteordenspunkter langs kysten av fylket. Dette grunnlaget, Møre 1956, finner vi bl.a. igjen i de lokale koordinatsystemene som ble brukt i Ålesund og Kristiansund. Tidlig i 1960-årene ble det gjort en foreløpig utjevning av førsteordensnettlet i hele fylket. Dette grunnlaget, Møre 1964, ble tatt i bruk i ganske stort omfang, og man valgte derfor å fortsette å bruke det også etter at beregningen av førsteordensnettlet ble ferdig noen år senere. Møre 1964 avviker med opp til 3 meter lengst vest langs grensen mot Vestland fylke. Forskjellen avtar østover og nordover langs grensen mot nabofylkene. Møre 1964 ble brukt i hele fylket frem til EUREF89 ble innført på 2000-tallet.

Målestokken i førsteordensnettlet i Sør-Norge varierer en del, spesielt der de beregnede blokkene er føyd sammen. Det er spesielt stor målestokk rundt Hardangerfjorden og et stykke innover i landet. Det var også mange mindre diskontinuiteter og tvang i detaljnettlet. Så lenge det bare ble målt vinkler og avstander til de nærmeste punktene var dette lite merkbart for kommunale oppmålere og andre. Men da GPS ble tatt i bruk på 1990-tallet ble svakhetene i NGO1948 svært merkbare og viste at det var behov for en ny og moderne referanseramme.

4.2 ED50

ED50 er betegnelsen på en Europeisk utjevning av det geodetiske førsteordensnettlet til landende i Vest-Europa. ED50 er basert på den Internasjonale ellipsoiden fra 1924, og fundamentpunktet er Helmert-tårnet i Potsdam.

ED50 har sin opprinnelse under andre verdenskrig. Nazi-Tyskland fikk etter hvert kontroll over nesten alle de geodetiske fagorganene i Europa og startet arbeidet med en felles sentraleuropeisk referanseramme. Mot slutten av krigen tok de allierte over de samlede Tyske geodetiske arkivene etter en vellykket etterretningsoperasjon. I 1946 ble det besluttet å etablere et felles-europeisk datum, og det sentraleuropeiske nettlet fra Nazi-Tyskland utgjorde grunnstammen i prosjektet. Arbeidet ble ledet av the US Army Map Service (AMS), og det

sentraleuropeiske nettet var ferdig beregnet i 1947. Etter hvert ble flere land, deriblant Norge, inkludert i ED50. Det store omfanget gjorde at det ble tatt i bruk nye beregningsmetoder. Selve nettutjevningen ble gjort med en datamaskin hos AMS.

I Norge var det fra begynnelsen stor skepsis til ED50-utjevningen. Geodetene i NGO hadde i flere år jobbet med utjevning av førsteordensnettet i NGO1948, og mente AMS sin utjevning var preget av hastverk. I etterpåklokskapens lys ser vi at de tok feil, AMS-utjevningen var betydelig mer homogen fordi hele det norske nettet var utjevnet i én samlet blokk i motsetning til NGO sin manuelle utjevning som førte til store deformasjoner i overgangen mellom blokkene. Som beskrevet i kapittel 4.1.5 ble utjevningen av førsteordensnettet i Nord-Norge senere basert på AMS-utjevningen i ED50.

ED50 ble aldri tatt i bruk som nasjonal referanseramme på land i Norge, men ble brukt i den militære kartserien M711 etter NATOs retningslinjer. M711 var opprinnelsen til den nasjonale kartserien Norge 1:50 000, og ED50 var i bruk i denne kartserien frem til 1993 da det ble erstattet med EUREF89. ED50 er ennå (2023) den offisielle referanserammen for oljenæringen i Nordsjøen og er derfor blant Norges nasjonale referanserammer. Artikkelen [GIM International \(2018\)](#) gir et historisk overblikk på referanserammen ED50.

For transformasjon mellom ED50 og NGO1948 på land vises til kap. 6.3.1. Til havs ble posisjonene bestemt ved satellitt-teknologi og det ble behov for å transformere mellom satellitt-systemets koordinatsystem WGS84 og ED50. Disse transformasjonene er det redegjort for i kap. 6.3.2.

4.3 EUREF89

Organisasjonen EUREF er en underkommisjonen til IAG (International Association of Geodesy) i Europa og ble opprettet i 1987. Organisasjonens oppgave er å definere, realisere og vedlikeholde en europeisk geodetisk referanseramme. Det holdes årlige møter med representanter fra de aller fleste nasjonale kartverksmyndigheter i Europa.



Figur 4.7: Oppstilling av GNSS-antenne på et landsnettpunkt.

EUREF står bak retningslinjene som ble fulgt ved opprettelsen av EUREF89 i Norge. I 1990 hadde organisasjonen vedtatt referansesystemet ETRS89: "*The IAG Subcommision for the European Reference Frame recommends that the system to be adopted by EUREF will be coincident with the ITRS at the epoch 1989.0 and fixed to the stable part of the Eurasian Plate and will be known as European Terrestrial Reference System 89 (ETRS89)*". Med referanse

til begrepene i kapittel 3 er ETRS89 et referansesystem og EUREF89 blir en referansramme som realiserer ETRS89 i Norge.

Retningslinjene for hvordan realiseringa skal foregå i praksis har endret seg noe etter 1990, men har alltid vært basert på beregning i en ITRF-ramme. Deretter transformerer man løsningen tilbake til 1989.0 ved å bruke ITRF-rammens hastighetsfelt samt EUREF sine offisielle transformasjonsparametre. Ved innføringa av EUREF89 i Norge ble punktene bestemt i ITRF93. Den norske realiseringa av ETRS89 fikk navnet EUREF89. Etter nåværende terminologi i EUREF er navnet på referanserammen ETRF93 ettersom den er basert på ITRF93. For mer om forholdet mellom ITRF, ETRS og ETRF henvises til [Altamini \(2018\)](#).

4.3.1 Beregningsmetodikk

Innføring av referanserammen EUREF89 på Kartverkets fastmerker ble utført i tre steg:

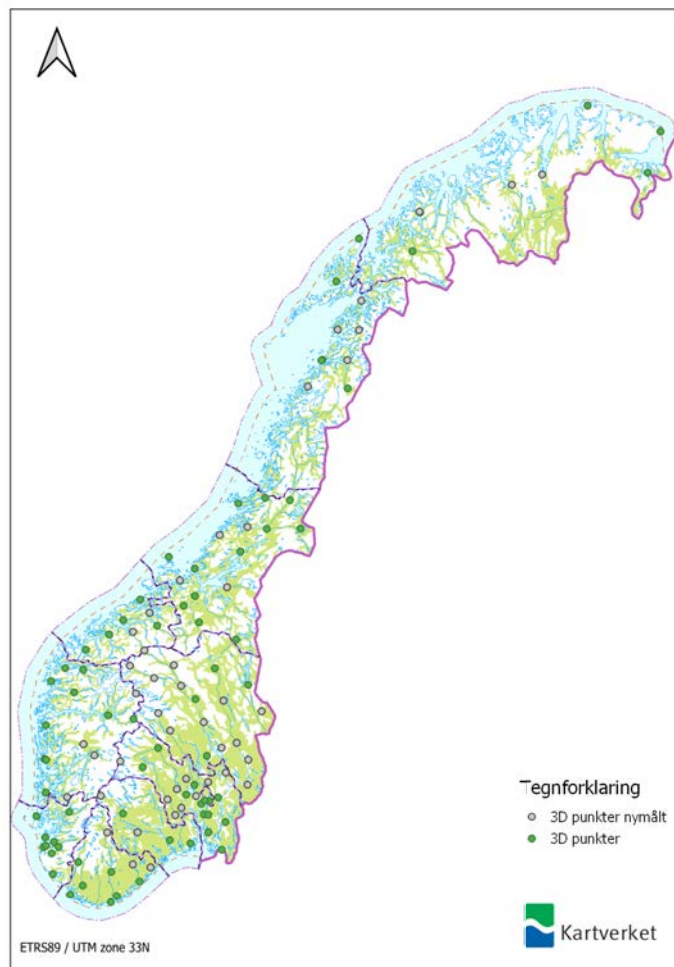
1. I 1989 ble det på 93 europeiske stasjoner, 7 av disse i Norge, gjennomført en GPS-målekampanje der målet var å etablere en ny europeisk referanseramme. Beregningen ble gjort i referanserammen ITRF90 med referansetidspunkt 1989. Resultatet ble kalt EUREF89 og har senere fått navnet ETRF89. Både GPS-systemet og realisering av referanserammer var under rask utvikling i første halvdel av 1990-årene. I årene som fulgte kom derfor nye ITRF-rammer hvert år og de ble kalt ITRF90, ITRF91, ITRF92 osv. For hver ny ramme ble det beregnet transformasjonsparametre for tilbakeberegning til den første realiseringa; ETRF89(EUREF89). For hver ITRF-ramme fikk en dermed litt forskjellige varianter som en kalte ETRF90, ETRF91, ETRF92, osv.

I Norge var det ikke tilstrekkelig med 7 stasjoner for å etablere et nytt geodetisk grunnlag. Det ble derfor besluttet å måle et nytt overordnet geodetisk nett og punktene ble kalt 3D-punkter. Det ble etablert og målt i årene 1994-1996 med GPS-observasjoner i tre hele døgn ([Harsson & Kristiansen \(1998\)](#)). Utstyret som ble brukt var TurboRogue mottakere og Dorne-Margoline antenner som var state-of-the-art på den tiden. Antennene ble montert direkte på skrubolt for å unngå usikkerheten i stativoppstillinger. Analyser og beregning av koordinater ble gjort med programvaren GIPSY i referanserammen ITRF93, etter gjeldende IERS-konvensjon. Tidspunktet for denne realiseringen var 1995.

Ved tilbakeføringen til det opprinnelige ETRF89 (EUREF89) ble det benyttet offisielle parametre og resultatet ble ETRF93. Det vi i Norge i dag kaller *EUREF89* blir derfor i terminologien til EUREF-kommisjonen *ETRF93*. Denne må ikke sammenblandes med den første europeiske realiseringa i 1989 som også ble kalt EUREF89. Resultatet fra Kartverkets første realiseringen av EUREF89 på de 7 punktene fra 1989 ble ikke brukt videre, og koordinatene på disse punktene ble oppdatert etter beregning av 3D-nettet.

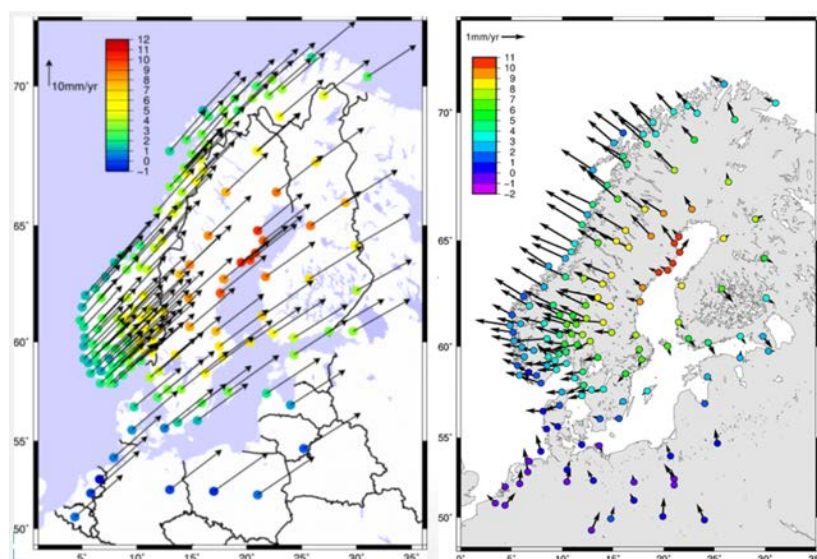
Ved overgangen fra ITRF til ETRF inneholder transformasjonsparametrene bevegelsene til den Eurasiske kontinentalplate. Fra observasjonsperioden (1994-1996) til 1989 har Norge også blitt utsatt for en *intraplatebevegelse*. Denne bevegelsen er det ikke korrigert for. *Intraplatebevegelsen* skyldes innlandsisens tilbaketrekning for mer enn 10000 år siden og er hovedsakelig merkbar som landhevning, men det er også en liten horisontal effekt. Som en konsekvens av denne utelatelsen blir referansetidspunktet til de ellipsoidiske høydene i praksis måletidspunktet, dvs. fra 1994 til 1996. Horisontalt er det korrigert for Eurasiske kontinentalplatebevegelsen - den dominerende bevegelsen, og referansepunktet blir derfor tilnærmet 1989. Utelatelsen av den horisontale intraplatebevegelsen medfører en systematisk feil opp mot 1 cm.

For mer informasjon om innføringen av EUREF89 i Norge vises til [Kristiansen & Harsson \(1996\)](#), [Kristiansen & Harsson \(1999\)](#), [Altamini \(2018\)](#) og vedlegg A.

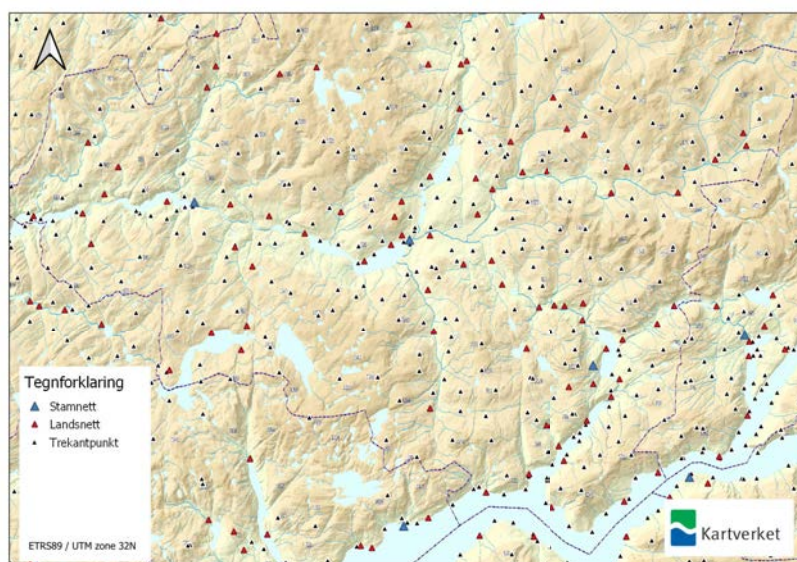


Figur 4.8: Kart over de originale 3D-punktene målt i kampanjene 1994-1995 (Harsson & Kristiansen (1998)). Nymålte punkter i grått ble senere brukt i beregningen av transformasjonen fra IGS05N til EUREF89 (kap. 6.2.2).

2. Stamnettet ble målt i perioden 1995-1996. 1000 fastmerker inngår i beregningen og referansepunktet er skrubolter og bolter med kjørnermerke. På skruboltene ble antenne montert direkte, for øvrig var det stativoppstillinger. Det ble i hovedsak benyttet mottakere og antenner fra Ashtech og Leica. Strategien som ble valgt var relative målinger, altså å bestemme vektorer mellom stamnettpunktene og mellom stamnettpunkt og 3D-punktene. Observasjonstiden var 3-6 timer og vektorenes lengde var 15-30 km. Vektorene ble prosessert med instrumentleverandørens programvare. Nettutjevningen ble gjort med utjevningsprogrammet Gemini med resultatet fra 3D-beregningen som kjente grunnlagspunkter.
3. Landsnettet, 11300 fastmerker, ble målt fra 1990 til 2007. Landsnettet består av både nyetablerte punkter og tidligere trekantpunkter som var bestemt med triangulering i referanserammen NGO1948. Som ved stamnettmålingene var strategien vektormåling, og med kortere vektorer, 1-10 km, ble observasjonstiden fra 1,5 til 3 timer. Det ble brukt Ashtech-utstyr ved Kartverkets målinger og Leica-utstyr der Statens Vegvesen gjorde målingene. Det ble også tatt inn vektormålinger fra private oppmålingsfirma-



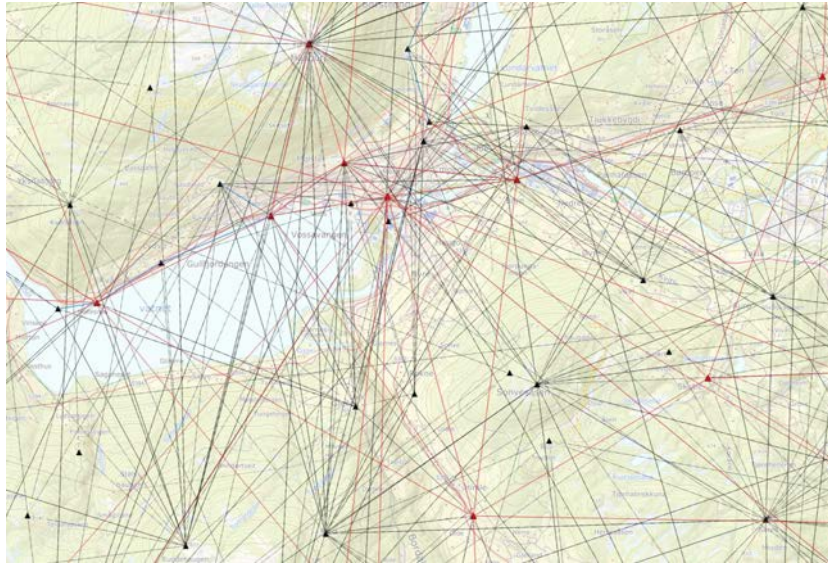
Figur 4.9: Kart over de nordiske og baltiske landene som illustrerer kontinentaldrift (venstre kart) og intraplatebevegelser (høyre kart).



Figur 4.10: Kart over Voss med påtegnet trekantformede symboler som markerer stamnettpunkt, landsnettpunkt og trekantpunkt.

er der det var hensiktsmessig. Beregningene ble gjort med Kartverkets egne program, *Gunda* (Dalane, G. (1989)) og *Høyde*. Resultatet fra Stamnett-beregningen var kjente grunnlagspunkter i disse nettutjevningene. Høydeberegningen ble gjort i to versjoner, ellipsoidisk med stamnett-høydene som grunnlag, og ortometrisk utjevning med nivelerte fastmerker som grunnlag. De ellipsoidiske høydedifferansene fra GPS-vektorene ble korrigert til ortometriske høydedifferanse med HREF-modeller, som ble oppdatert og forbedret gjennom hele perioden med landsnettmålinger. I tillegg ble retnings- og avstandsmålinger i trekantpunktene, ca. 50 000 punkt tatt med i utjevningen. Ved å få EUREF89-koordinater på et så stort antall punkter fordelt over hele landet ble det

mulig å lage en god transformasjon mellom NGO1948 og EUREF89.



Figur 4.11: Kart over grunnlagsnettet på Voss. Stam-/landsnettpunkter og GNSS-vektorer vises i rødt, mens trigpunkter og tradisjonelle målinger vises i svart.

4.3.2 Kartprojeksjon for bygg- og anleggsformål

Da EUREF89 ble innført som nytt offisielt datum i 2009 ble samtidig UTM tatt i bruk som tilhørende projeksjon i alle landets kommuner. Alle kartdata skal leveres i UTM-projeksjonen som har en målestokksfaktor på 0.9996 i sentralmeridianen. Dette fører til at en avstand målt i terrenget må korrigeres med inntil 400 ppm, avhengig av avstand fra sentralmeridianen.

Dette medførte noen utfordringer i forbindelse med blant annet byggeprosjekter der det er strenge krav til geometrien.

Tabell 4.1: *Offisielle EUREF-soner i Norge*

EUREF89- sone	Sentralmer.	Målestokk	Maks. ppm	Falsk nord	Falsk øst
UTM 32	9°	0.9996	-400	0	500 000
UTM 33	15°	0.9996	-400	0	500 000
UTM 35	27°	0.9996	-400	0	500 000

For å møte kravene i bygg- og anleggsbransjen har Kartverket innført en sekundær projeksjon, EUREF NTM (Norsk Transversal Mercator). NTM er delt inn i soner fra 5 – 30, som følger:

- 1 grads sonebredde
- Sentralmeridian hver halve grad
- Målestokk 1.0000 i sentralmeridianen
- 1 000 000 i falsk offset Nord
- 100 000 i falsk offset Øst
- Samme ellipsoide som EUREF89

Maksimal målestokkkorreksjon for EUREF89 NTM vil være 11 ppm i Sør-Norge og 5 ppm lengst nord.

Tabell 4.2: *NTM soner. 26 soner og sonebredde 1°*

NTM sone	Sentralmer.	Målestokk	Maks. ppm	Bredde ref.	Falsk nord	Falsk øst
5	5°30'	1.0000	11	58°	1 000 000	100 000
6	6°30'	1.0000	11	58°	1 000 000	100 000
:	:	:	:	:	:	:
30	30°30'	1.0000	5	58°	1 000 000	100 000

Mer informasjon om EUREF89-NTM finnes på Kartverkets nettsider ([Kartverket Geodesi, 2009](#)).

4.3.3 Oppdateringer av referanserammen

Ved etableringa av Stam- og Landsnettet var det lite fokus på de ellipsoidiske høydene, særlig i starten. Høydene ble beregnet og forsvarlig lagret, men det var horisontalkomponentene

som var i sentrum for kvalitetskontrollen. Ved innføringa av NN2000 ble det behov for en ny HREF-modell og det ble derfor reist spørsmål til kvaliteten til de ellipsoidiske høydene. Dette resulterte i en landsomfattende kvalitetsanalyse av høydene og deretter suppleringsmålinger hvis kvaliteten ikke var tilfredstillende, og til slutt ny beregning - alt gjennomført som ledd i innføringa av NN2000. Mer om dette i [Lysaker & Vestøl \(2020\)](#).

Etter hvert så en også behov for å oppdatere koordinatene i grunnriss. For å få de permanente GNSS-stasjonene og dermed CPOS til å passe bedre sammen med landsnettet, ble det i 2018 gjort en ny utjevning med 50 utvalgte 3D-punkter og alle permanente GNSS-stasjoner (PGS) som grunnlag. Alle vektormålingene fra etableringa av Stam- og Landsnettet ble brukt sammen med suppleringsvektorene fra NN2000-innføringen. I tillegg kom kampanjemålingene - GNSS-observasjoner i 5-7 døgn i stam- eller landsnettpunkt, målt i perioden 2009 til 2018 og innført som observerte koordinater. Både PGS-ene og kampanjepunktene ble bestemt i referanseramma IGB08 og så transformert til EUREF89 med bruk av SkTrans. Beregningen ble gjort fylkesvis, og Kartverkets interne nettutjevningsprogram *Gunda* ([Dalane, G. \(1989\)](#)) ble benyttet også denne gangen. Randsonene mellom fylkene ble beregnet iterativt ved å benytte løsninger fra begge sider som observerte koordinater.

Den opprinnelige inndeling i 3D-punkt, Stamnett og Landsnett er etter disse oppdateringene ikke lenger meningsfull og har bare historisk relevans. Punkt som opprinnelig var landsnettpunkt kan nå være kampanjemålt og dermed ha egenskaper som tidligere var forbeholdt 3D-punktene. Den hierarkiske strukturen med 3D-punkter som grunnlag for Stamnettet, som igjen er grunnlag for Landsnettet, er brutt.

4.3.4 Aktiv og passiv referanseramme

Begrepene aktiv og passiv referanseramme blir brukt for å skille mellom stasjoner med kontinuerlige GNSS-observasjoner og fastmerker som er bestemt ved en eller flere målekampanjer, enten noen timers observasjon for vektorberegning, eller flere døgn for beregning i global referanseramme.

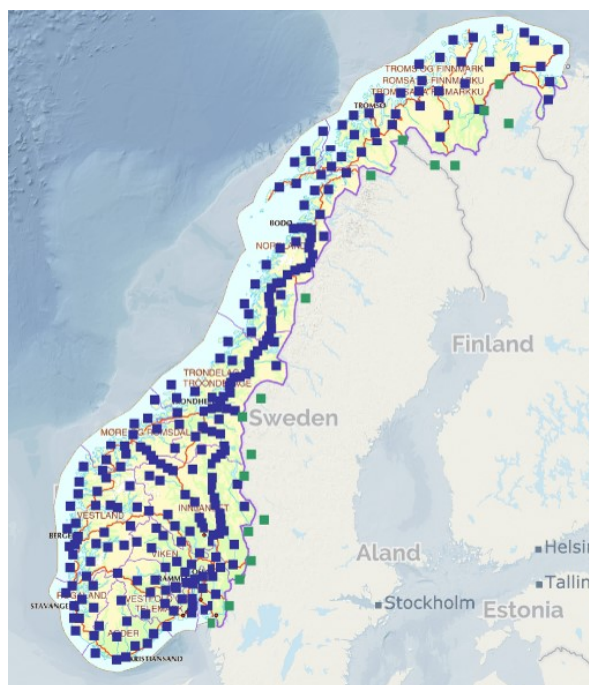


Figur 4.12: *Permanent GNSS-stasjon*

Den aktive referanserammen består pr. 1. januar 2022 av 298 permanente geodetiske stasjoner, forkortet *PGS* eller PGS-stasjoner. Det er inkludert stasjonene på Svalbard, Jan Mayen, Bjørnøya og Hopen. Avstanden mellom stasjonene på fastlandet er i hovedsak 30-70 km. Observasjonene fra de permanente stasjonene lastes ned og lagres i ulike filformater for flere formål. For realisering av referanserammer og tidsserieanalyser av stasjonens daglige koordinatløsninger er det RINEX-formatet som brukes.

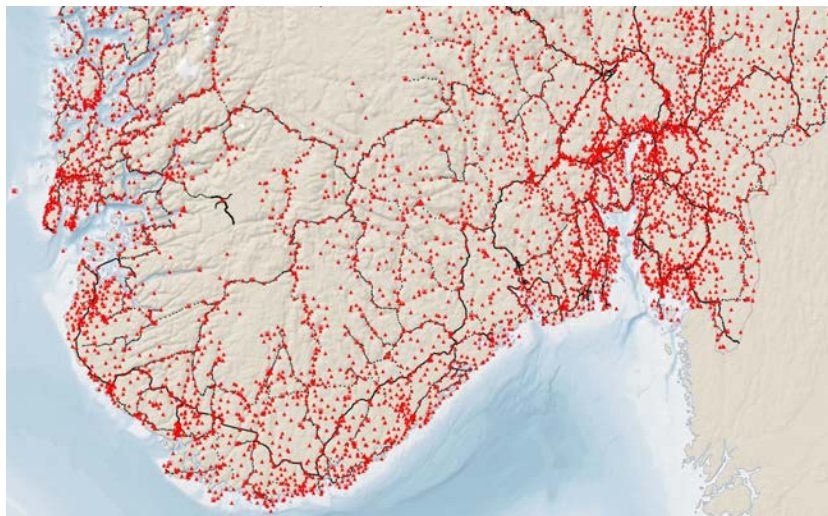
De permanente stasjonene gir data av noe varierende kvalitet. Stasjonens fundamentering er avgjørende for å oppnå optimale resultater. De fleste stasjonene står festet til bygninger i betong eller mur. Andre står på master av stål fundamentert på fjell, eller på betong i løsmasser. Enkelte av stasjonene på bygninger gir årlige svingninger i grunnriss, trolig på grunn av temperaturendringer i konstruksjonen. Årlige svingninger i høyde forekommer på stasjoner både på mast og bygninger, og kan ha sammenheng med last i terrenget i form av snø og store vannmagasiner. Andre forhold som påvirker resultatene er skog som vokser til rundt stasjonen, eller at de blir gjort bygningsmessige endringer som skjermes eller på annen måte påvirker signalene fra satellittene.

Den passive referanseramma er stamnett- og landsnettpunktene. De er å finne som bolter i fjell, betong og i jordfast stein som har blitt vurdert som stabil da bolten ble satt ned. I alle stamnett og landsnettpunkter er det gjort GNSS-observasjoner, minst en, og som regel flere ganger. Etter hvert som nettverket av permanente stasjoner har blitt bygget ut har landsnettet blitt knyttet til PGS-stasjonene med kampanjemålinger i kontrollpunkter nær stasjonene og en er istand til å foreta en god relativ bestemmelse mellom kontrollpunktet og PGS-stasjonen. Dette har en dobbel funksjon, målingene kan brukes for å realisere den aktive og passive referanseramma sammen, og ved å gjenta målingene får vi et viktig bidrag til stabilitetskontroll av stasjonene. Nivellementsfastmerkene kan også kalles en del av den passive referanseramma, se kapittel 4.10.



Figur 4.13: Aktiv referanseramme pr 1. januar 2022. Bildet viser også noen svenske og finske stasjoner som inngår i driften av sann-tidstjenesten CPOS.

Brukere av posisjonstjenester som CPOS, kan kontrollere at eget utstyr er riktig satt opp og gir korrekt posisjon ved å måle mot den passive referanseramma. Det kan også være andre bruksområder der aktiv og passiv referanseramme er i samtidig bruk. Det er derfor viktig at det er mest mulig overensstemmelse mellom aktiv og passiv referanseramme.



Figur 4.14: *Passiv referanseramme i den sørlige del av Norge. Bildet viser landsnetts- og stamnettspunkt i rødt sammen med nivellementspunkt i svart.*

Det er også viktig å vurdere stabiliteten på landsnettspunktene. I den grad vi har målinger med noen års mellomrom, kan vi finne at punkter i jordfast stein og i betongkonstruksjoner (f. eks. brukar), i mange tilfeller ikke er stabile. Slike punkter unngås som kontrollpunkter og tilknytningspunkter mellom PGS-stasjoner og landsnett.

Under arbeidet med å lage realiseringer, det vil si koordinatløsninger for PGS-stasjoner og landsnett, må det tas hensyn til problemer knyttet til stabiliteten til PGS-stasjonene. Det samme er tilfellet ved driften av posisjoneringssystemer i sanntid, f.eks. CPOS. For optimal ytelse må ustabile stasjoners koordinater i tjenesten fortløpende oppdateres.

4.4 IGS05N

IGS05N er en koordinatløsning på PGS-stasjonene i Norge i referanseramme IGS05 med referansetidspunkt 2009.58 beregnet med Bernese GNSS-programvare. Første testversjon ble regnet i 2009 og satt til referansetidspunkt 31. juli 2009. Hensikten med å etablere en annen referanseramme enn EUREF89, var å ha en løsning for de permanente stasjonene basert på den nyeste globale referanseramma. IGS05N ble lagt inn i CPOS som tjenesten *TESTCPOS*. Geodesidivisjonen hadde et klart mål om å bedre presisjonen i CPOS, og ved å bruke IGS05N kunne ytelsen til posisjonstjenesten testes uten at eventuelle feil i stasjonskoordinatene knyttet til transformasjon til EUREF89 påvirket resultatet. Kampanjemålinger i landsnett- og stamnettspunkter ble målt og beregnet i samme referanseramme. Siste versjon av IGS05N ble regnet i 2011 med 164 stasjoner. Denne løsningen ble sentral i transformasjonsrutinene i SkTrans mellom globale referanserammer og EUREF89. Målinger i TESTCPOS og kampanjemålinger i IGS05 ble et viktig bidrag i realiseringen av NN2000.

4.5 IGS08 og IGb08

IGS08 var IGS sin gjeldende globale referanseramme fra mars 2011 til september 2012, og ble deretter erstattet med IGb08 som ble beholdt fram til januar 2017 da den ble erstattet av IGS14. Ved oppdatering av EUREF89 i 2018, omtalt i kapittel 4.3.3, ble den aktive og den delen av den passive referanseramma som har GNSS-kampanjemålinger, beregnet i IGb08. Observasjonsgrunnlaget var ett år med observasjoner fra 2017 på de permanente stasjonene og i tillegg 5 til 7 dagers måling på kampanjepunktene fra årene 2009 til 2017. Referansetidspunktet ble satt til 2017.58. Koordinatløsningen ble transformert til EUREF89 og var grunnlag for omregningen av passiv referanseramme i 2018. Koordinatene ble bare beregnet i kartplanet, de ellipsoidiske høydene ble ikke omregnet.

4.6 IGS14

IGS14 erstattet IGb08 i januar 2017, og ble da straks tatt i bruk for tidsserier og koordinatløsninger for aktiv referanseramme. Med en ny koordinatløsning basert på data fra de permanente stasjonene i 2019 og 2020 har igjen både aktiv og passiv referanseramme blitt beregnet på nytt, nå i referanserammen IGS14 med referansetidspunkt 1. januar 2020. Denne gang er også de ellipsoidiske høydene blitt beregnet slik at alle punkter i den passive rammen er realisert også med jordsentriske koordinater. Bakgrunnen for denne realiseringa er blant annet å ha gode og pålitelige fellespunkt og kontrollpunkt for transformasjoner mellom IGS14 og EUREF89.

4.7 IGS20

Ny referanseramme IGS20 ble innført fra 27.november 2022. Den bygger på ITRF2020 som ble lansert i april 2022. Samtidig med ny referanseramme er en ny navnekonvensjon tatt i bruk for IGS-produkter for GNSS-beregninger i IGS20. Den nye referanserammen tas i bruk i Geodesidivisjonens GNSS-tidserier og realiseringer så snart GNSS-programmene er tilpasset og testet.

4.8 Det geodetiske grunnlaget på Svalbard

Stortingsmelding nr. 27 for 1975-76 fastslår at Norsk Polarinstitut (NP) har ansvaret for kart- og oppmålingsvirksomhet i polare områder. Norges geografiske oppmåling (Kartverket) har ansvaret for kart- og oppmålingsvirksomhet på fastlandet, unntatt polarområdene. Videre sier stortingsmeldingen «I tillegg bør NGO ha det faglige ansvar også for det geodetiske hovednett i hav- og polarområdene».



Figur 4.15: *Innmåling av VLBI-antenne i Ny-Ålesund.*

4.8.1 Geometrisk grunnlag

På bakgrunn av dette ble det i samarbeid med NP etablert et grunnlagsnett basert på GPS i 1985-86. Dette var et virkelig pionerarbeid. Det ble benyttet instrumenter av typen Texas Instruments TI 4100. GPS-systemet var i en tidlig testfase, og det var kun i noen timer i døgnet det var mer enn 4 satellitter og mulig å utføre målinger. Beregning av nettet bød på store utfordringer. Det ble utført suppleringsmålinger bl.a. i "EUREF-North"-kampanjen i 1990. Torbjørn Nørbech foretok en foreløpig beregning av 1986-målingene i 1992. Den endelige beregningen ble utført i 1994 gjennom en masteroppgave ved NTH av Ellen Lyby. Masteroppgaven ble skrevet i samarbeid med Kartverket. Grunnlagsnettet består av nærmere 80 punkter med koordinater i EUREF89. I 1995 ble det oversendt NP en liste med endelige koordinater i EUREF89. Dette grunnlaget er i resten av kapittelet omtalt som gammelt EUREF89.

Punktene fra 1985-86 utgjør fortsatt grunnlagsnettet på store deler av Svalbard utenom de befolkede samfunnene, men NP har fortettet nettet med nye punkter ved behov.

Senere ble grunnlagsnettet knyttet til de permanente GNSS-stasjonene. Man fant da ut at de opprinnelige EUREF89-koordinatene stemte dårlig overens med offisielle EUREF-verdier realisert gjennom de permanente stasjonene. Etter initiativ fra NP i 2009 ble grunnlagspunktene derfor justert slik at de stemmer med offisielt EUREF89 i Longyearbyen, Svea og Ny-Ålesund. Dette er nærmere beskrevet i avsnittene nedenfor.

4.8.2 EUREF89 i Longyearbyen

NP har fortettet det overordnede nettet med et detaljnett rundt Longyearbyen, men vanskelige grunnforhold gjør at mange punkter er ustabile. Longyearbyen lokalstyre benyttet referanserammen ED50 fram til 2010.

Den permanente stasjonen *LYRS* på Platåfjellet ble etablert i 2008. Stasjonskoordinater i EUREF89 og IGS05 ble beregnet i oktober 2009 basert på data fra oktober 2008 til september 2009. EUREF89-koordinatene ble transformert fra IGS05 med offisielt formelverk og hastighetsfelt. Forbindelsen mellom fastmerkenettet fra 1985-86 og den permanente stasjonen *LYRS* ble etablert gjennom tre punkter i nærheten av flyplassen:

1. Punktet Longyearbyen Hangar var med i GPS-kampanjen i 1985-86, men ble senere fjernet
2. Punktet S082 (tidligere Longyearbyen GPS-søyle) ble bestemt med statisk GPS fra Longyearbyen hangar. Senere ble også S082 fjernet.
3. Punktet S083 ble bestemt med statisk GPS fra S082 i 2006. S083 ble knyttet til LYRS ved statisk GPS-måling av Kartverket i 2008 og målt på nytt av Kartverket i 2022

I 2022 gjennomførte Kartverket en GNSS-målekampanje rundt Longyearbyen. 8 punkter ble målt, alle var eksisterende punkter. Målingene ble beregnet i EUREF89 med Kartverkets basestasjon LYRS som grunnlag. I beregningen inngikk også Lokalstyrets basestasjon og det tidligere fastmerket S082 ved flyplassen med GPS-målingene fra 2006. De beregnede koordinatene på S082 og S083 fra 2022 stemmer godt med tidligere beregning i EUREF89 fra 2009 med differanse på ca. 2 cm i grunnriss. Punktene NP124 og 9809 (Nybyen) inngår i transformasjonsgrunnlaget omtalt i 4.8.3. Koordinatene på disse punktene stemmer med transformerte verdier fra 2010 innenfor ca. 2 cm.

4.8.3 Overgang fra ED50 og justering av EUREF89

I 2010 ble ED50 erstattet med EUREF89 i forvaltningssystemene til Longyearbyen lokalstyre. Det ble da besluttet å oppdatere realiseringen av EUREF89 for å få det i overensstemmelse med EUREF89 realisert gjennom de permanente stasjonene og transformasjon fra IGS05. Kartverket utarbeidet en transformasjonsformel fra opprinnelig til nytt EUREF89 i 2009 i samråd med NP. Det var bare i Ny-Ålesund og Longyearbyen det fantes noen god forbindelse mellom gammelt og nytt EUREF89. Differansen mellom de to grunnlagene er omkring 0 cm i Ny-Ålesund og ca. 25 cm i Longyearbyen og Svea. På resten av Svalbard er forskjellen større, på Sørkapp er den ca. 45 cm. Bakgrunnen for denne strategien var at den opprinnelige realiseringen av EUREF89 i Ny-Ålesund stemte godt med den nye realiseringen basert på transformasjon fra IGS05. På resten av Svalbard, inkludert Svea og Longyearbyen, var EUREF89 i liten grad brukt til presise formål slik at forskjellen ikke ville medføre noen vanskeligheter. Transformasjonsparameterene ble opprinnelig utarbeidet som en 7-parameterformel i det jordsentriske koordinatsystemet.

I 2010 gjennomførte lokalstyret i Longyearbyen overgang fra ED50 til EUREF89 i samarbeid med NP og Kartverket. Transformasjonen som ble utarbeidet er basert på en fil med fastmerker rundt Longyearbyen med koordinater i gammelt EUREF89 og ED50. Punktene ble først transformert til nytt EUREF89 med Kartverkets formel. Deretter ble det beregnet en Helmert-transformasjon mellom nytt EUREF89 og ED50 i UTM sone 33 i samarbeid med kartkontoret i Tromsø, og geografiske data ble transformert fra ED50 til EUREF89.

Kartverket omarbeidet samtidig transformasjonen mellom gammelt og nytt EUREF89 til en Helmert-transformasjon mellom koordinater i UTM sone 33 i de to realiseringene.

4.8.4 EUREF89 i Ny-Ålesund

Det ble målt i Ny-Ålesund under en GPS-kampanje i 1991 (GIG-91). Det ble da montert en GPS-antenne på masta som senere ble brukt til stasjonen NYAL.

Den permanente GNSS-stasjonen NYAL ble etablert i 1993. Stasjonskoordinater i EUREF89 ble beregnet i samband med realisering av EUREF89 gjennom 3D-nettet på fastlandet og publisert i 1998 [Kristiansen & Harsson \(1999\)](#). Disse koordinatene er fortsatt gjeldende i 2022. GPS-søylen på Klokkehaugen (KLOK) var med i grunnlagsnettet som ble publisert

i 1995 (SVA054), og de samme koordinatene er fortsatt gjeldende. Det er målt vektor mellom KLOK og de permanente stasjonene flere ganger, bl.a. under kampanjene hvert tredje år fra 2005 og framover. Det er bra overensstemmelse mellom EUREF på NYAL og EUREF transformert fra ITRF.

4.8.5 EUREF89 i Svea

Store Norske Spitsbergen Kullkompani (SNSK) har hatt mye av ansvaret for fastmerkenett og detaljert kartlegging i Svea. NP har også etablert en del fastmerker i området. Flere av fastmerkene er nå fjernet i forbindelse med tilbakeføring av området etter nedleggelse av gruvevirksomheten.

ED50 var tidligere i bruk i Svea. I 1999/2000 ble det utarbeidet en transformasjon mellom ED50 og gammelt EUREF89 i samband med kartlegging. I 2008 foretok Terratec AS en ny bestemmelse av grunnlagsnettet i nytt EUREF89 på oppdrag fra SNSK. I følge Terratecs rapport fra 2010 brukte SNSK forut for dette både ED50 og gammelt EUREF89, men ønsket å få alt over i nytt EUREF89. I 2008 etablerte SNSK en ny søyle(SVEA) i Svea. SVEA ble målt med GNSS i oktober 2008 samtidig med S083 i Longyearbyen. Målingene ble utført av Kartverket i samarbeid med SNSK. Kartverket beregnet deretter begge punktene i nytt EUREF89 basert på den permanente stasjonen LYRS ved Longyearbyen. Terratec beregnet så nettet i Svea med punktene SVEA (SVEAG1 i Terratecs rapport) og S083 (LONG i Terratecs rapport) som grunnlag. I alt 27 punkter ble bestemt, herav 13 punkter etablert av NP. Av NP sine punkter inngår NP101 Ispallen som ble målt på nytt av Kartverket i 2022. Nyere GNSS-målinger på søyla SVEA utført av Kartverket viser at søyla er noe ustabil.

I april 2010 etablerte Kartverket den permanente stasjonen SVES i Svea. Stasjonen var noe ustabil i starten på grunn av vanskelige grunnforhold, men ble mer stabil etter hvert. Stasjonen var i drift frem til februar 2021.

4.8.6 EPOS

Kartverket har etablert fire nye GNSS-stasjoner i regi av prosjektet European Plate Observing System (EPOS). Stasjonene er listet opp i Tabell 4.3.

Tabell 4.3: *EPOS-stasjoner på Svalbard*

Sted	Stasjonsnavn	Etablert
Isfjord Radio	ESIS	Oktober 2020
Deinboll	SVEA	Mai 2021
Oxfordhalvøya		Juli 2021
Carfaxhaugen		Juli 2021, data fra september 2022

4.8.7 Posisjonstjenester på Svalbard

Kartverkets posisjonstjeneste er tilgjengelig i Longyearbyen og Ny-Ålesund. Tjenesten er også tilgjengelig i Svea inntil videre, men det er i 2023 usikkert hvor lenge det vil vare. Posisjonstjenesten er enkeltstasjons løsninger basert på nærmeste basestasjon og gir koordinater i nytt EUREF89 som beskrevet ovenfor. Lokalstyret har en egen basestasjon og posisjonstjeneste i Longyearbyen. Kartverket har beregnet koordinater på lokalstyrets basestasjon basert på LYRS, og beregningen viser at det er god overensstemmelse mellom stasjonskoordinatene. Det forventes derfor at de to posisjonstjenestene samsvarer med hverandre.

4.9 Vertikale referanserammer

Vi skiller mellom fysiske og geometriske vertikale referanserammer (høydereferanserammer). Geometriske vertikale referanserammer er ellipsoidiske høyder som kan utledes fra ei geometrisk referanseramme som for eksempel EUREF89 eller ITRF14. Denne typen vertikale referanserammer omtales ikke i dette kapittelet, men er behandlet i avsnitt [4.3.3](#)

4.10 Nasjonal fysisk høydereferanseramme

Med fysisk høydereferanseramme menes et høydesystem der høydene refererer til geoiden, i motsetning til en geometrisk høydereferanseramme som referer til ellipsoiden. Høydene i en fysisk høydereferanseramme kalles ofte fysiske, geofysiske eller tyngderelaterte fordi de har utgangspunkt i et geopotensial og påvirkes av tyngdkraftens styrke og retning ved at høydeverdien defineres som avstanden langs loddlinja til geoiden.

I Europa, og i de fleste andre land, er det tradisjon for å benytte nivellementsnettet som den *primære bæreren* av fysiske høyder. I nyere tid, med nøyaktige GNSS målinger og gode geoidmodeller, har det åpnet seg muligheter for at en geometrisk referanseramme, for eksempel EUREF89, i kombinasjon med en geoidmodell kan være den primære bæreren. Da vil den fysiske høyden bli definert som den ellipsoidiske høyden minus geoidhøyden i geoidmodellen.



Figur 4.16: Måling av tyngde med absoluttgravimeteret A10.

For Norge har Kartverket i [Kartverket \(2021\)](#) konkludert med at geoidmodellen ennå er for usikker til å kunne erstatte nivellementsnettet som den primære bæreren av fysiske høyder. Men ved å korrigere geoidmodellen i justeringspunkter kan modellen forbedres. En slik justert modell kalles en høydereferansemodell eller kun HREF-modell, og kan brukes til å bestemme fysiske høyder fra GNSS-bestemte ellipsoidiske høyder med god nøyaktighet nær nivellementslinjene der justeringspunktene befinner seg. Langt vekk fra nivellementslinjene må derimot en slik tilnærming brukes med forsiktighet hvis en ønsker seg sanne fysiske høyder. Vi viser til [Kartverket \(2021\)](#) for mer informasjon om HREF-modellens nøyaktighet.

For entydighet i beregninga av nasjonale nivellementsnett må en gå via geopotensialer. I praksis betyr det at enhver nivellert verdi multipliseres med gjennomsnittlig tyngdeverdien langs linja. En bestemmer dermed geopotensialet til alle nivellemetspunktene og omregner til høyder etterpå. Avhengig av hvordan denne omregninga gjøres får en *normalhøyder* eller *ortometriske høyder*. Se [Lysaker & Vestøl \(2020\)](#) eller lærebøker i fysisk geodesi for mer

informasjon.

4.10.1 NN1954

NN1954 var i bruk som nasjonalt fysisk høydesystem fra 1956, da en utjevning av det nasjonale nivellmentsnett ble utført, og fram til 2018, da den siste kommunen i Norge innførte NN2000.

For å definere nullnivået tok en utgangspunkt i middelvannet slik det var bestemt i Oslo, Nevlnghavn, Tregde, Stavenger, Bergen, Kjølssdal og Heimsjø i 1956, og fant det nivået som i sum gav minst avvik fra de nivellerte høydeverdiene. For å ha et stabilt punkt som var lite påvirket av landhevninga, valgte de Tregde som fundamentalpunkt og høydeverdien ble bestemt ved nivellement fra vannstandsmåleren. Se [Jelstrup \(1956\)](#) for flere detaljer.

NN1954 var deformert av landhevning allerede ved innføringa i 1956. Nettet var basert på målinger helt tilbake til 1916, og det ble ikke påført noen korreksjon til et felles referansetidspunkt. Et annet problem var mangelen på tyngdemålinger. Omregning til geopotensialer og avledning av høyder etterpå, som beskrevet ovenfor, ble ikke gjort. For å kompensere for dette ble det istedet påført en såkalt sfæroidisk-ortometrisk korreksjon på de utjevnete høydene.



Figur 4.17: Nivellementbolt fra 1929.

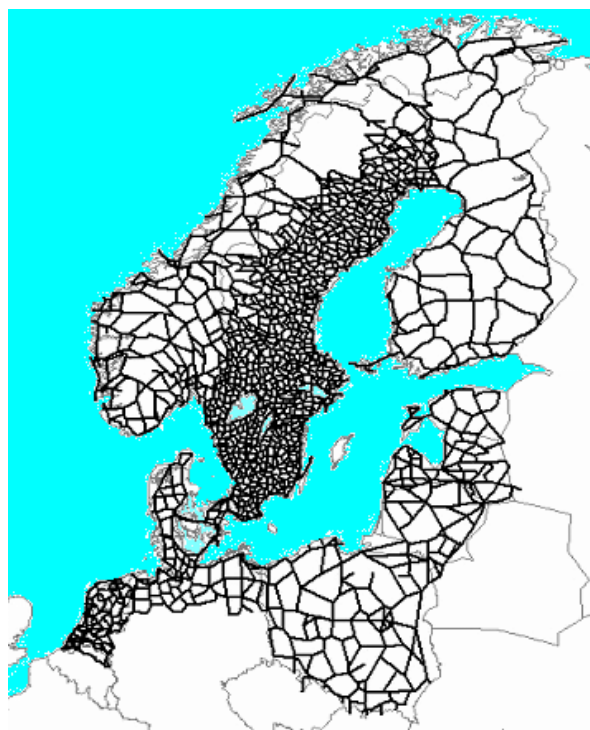
Det var lenge en oppfatning at NN1954-høydene var nærmest *ortometriske høyder*, men [Lysaker et al. \(2006\)](#) viser at dette ikke er tilfelle. De ligger tallmessig nærmere *normalhøyder*.

NN1954 ble realisert på ulike måter i landsnett. Det ble brukt både GNSS-vektorer og senitdistanser. I starten, fra 1994 og noen år framover, ble det beregnet loddavvik for å tilpasse GNSS-vektorene til fysiske høydeforskjeller. I 1996 lanserte NKG sin første offisielle geoidmodell, kalt NKG1996. Ideen om å benytte den for å omdanne GNSS-baserte ellipsoide høydeforskjeller til ortometriske høydeforskjeller dukket raskt opp. Ved å sammenligne geoidmodellen med nivellerte fastmerker som hadde ellipsoidisk høyde så en imidlertid at modellen hadde sine svakheter. Samtidig representerte kontrollpunktene muligheter. En begynte derfor systematisk å bruke slike nivellerte punkt med pålitelig ellipsoidisk høyde til å justere geoidmodellen - område for område. Slike punkt ble kalt justeringspunkt og den tilpassede modellen fikk navnet *høydereferansemodell* eller bare *HREF*. Etter hvert som landsnett ble beregnet i nye områder ble HREF-modellen oppdatert. GNSS-vektorene ble omdannet til senitdistanser og benyttet sammen med klassisk målte senitdistanser i utjevninga av NN1954-høyder.

I denne prosessen ble det lansert mange HREF-modeller, ofte flere per år. Den siste, som ennå gjelder for det gamle høydesystemet NN1954, fikk navnet *HREF2008a*.

4.10.2 NN2000

I motsetning til NN1954 er ikke nullnivået i NN2000 definert fra Middelvann og vannstandsmålere. NN2000 er den norske realisering av det europeiske høydesystemet EVRS2000 som har Normaal Amstedams Peil (NAP), som fundamentalpunkt.



Figur 4.18: *The Baltic Levelling Ring.*

Realiseringa i Norge har bakgrunn i en felles nordisk beregning av nivellementsnettet fra Nederland, gjennom Tyskland, Polen og de baltiske landene, og så gjennom Danmark til de øvrige nordiske landene. Dette nettet ble kalt *The Baltic Levelling Ring* (se figur 4.18), og utjevningen av det ble grunnlaget for høydene i det finske og svenske høydesystemet, henholdsvis N2000 og RH2000. I Norge ble knutepunktene langs grensen til Sverige og Finland brukt som utgangshøyder ved beregningen av det norske nivellementnettet som gav opphav til NN2000. På denne måten fikk Norge, Sverige og Finland et felles høydesystem. Se [Lysaker & Vestøl \(2020\)](#) for videre lesning.



Figur 4.19: *Moderne nivellementbolt fra 2008.*

For realisering av NN2000 i landsnettet benyttet en seg av erfaringene fra innføring av NN1954 og bruk av høydereferansemodeller. Men det måtte lages nye, både fordi NN2000-høydene avvek mye fra NN1954, men også fordi en som ledd i innføringa av NN2000 oppdaterte de ellipsoidiske høydene i EUREF89 ved å gjøre flere kampanjemålinger og måle flere GNSS-vektorer. En viktig avgjørelse var valg av underliggende gravimetrisk geoidmodell. NKG hadde beregnet NKG2004 og det var et alternativ å bruke den, men vi valgte å benytte en som Kartverket selv hadde beregnet, *NMA2013*, ettersom denne passet bedre i justeringspunktene. Så fulgte en ny serie med HREF-modeller etter hvert som NN2000 ble rullet ut i stadig nye kommuner og fylker. Den siste fikk betegnelsen HREF2018b_NN2000_EUREF89 og er pr. 2023 den gjeldende versjonen og vil forbli det også framover med mindre det oppdages feil som er så alvorlige at modellen må rettes opp.

I 2016 realiserte NKG en ny gravimetrisk geoidmodell, NKG2015 (se (Ågren et al., 2016)). Den viser seg å passe enda bedre med justeringspunktene og har i tillegg en tydelig høydeavhengig forskjell fra NMA2013. Hadde NN2000 blitt realisert med denne geoidmodellen ville høydene i landsnettet noen steder blitt endret med over 20 cm langt vekk fra justeringspunktene. Anser vi at avviket skyldes feil i NMA2013, er NN2000 noen steder over 20 cm feil. En vanlig landmåler vil vanligvis ikke oppdage dette så lenge han benytter GNSS og forholder seg til EUREF89 og HREF2018b_NN2000_. Sanntidstjenester vil gi høyder som stemmer med landsnettet fordi den feilaktige HREF-modellen benyttes konsistent. Men hvis det nivelleres kan feilen oppdages hvis en gjør sammenlikninger med Middelvann, se Kartverket (2021).

For å transformere mellom NN1954 og NN2000 ble det utviklet en gridbasert transformasjonsmodell kalt NNTrans. Denne modellen ble oppdatert etter hvert som NN2000 ble innført og den endelige utgava ble kalt *NNTrans2018b*. Utviklinga av modellen er basert på minste kvadraters kollokasjon beskrevet i Lysaker & Vestøl (2020).

4.10.3 Høydereferansemodeller

Som vist i avsnitt 4.10.2 er høydereferansemodellene viktige ved bestemmelse av fysiske høyder med GNSS. En høydereferansemodell er en gravimetrisk geoidmodell som er tilpasset justeringspunkt. På engelsk brukes ofte uttrykket "a fitted geoid model". Geoideberegning er bestemmelse av geoidens beliggenhet i forhold til ellipsoiden basert på tyngdemålinger og tyngdemodeller, og anvendelse av Stokes integral, se Heiskanen & Moritz (1967). Dette er for spesialister og omtales ikke mer her. Se eventuelt Kartverket (2021) for mer info.

Overgangen fra en geoidmodell til en høydereferansemodell foregår ved hjelp av justeringspunkt. I justeringspunkt kan geoidmodellen justeres ved å beregne forskjellen mellom

ellipsoidisk høyde (h) og høyde i NN2000 (H) og så sammenlikne denne verdien med geoide-modellens verdi (ζ) i samme punkt:

$$\text{avvik} = (h - H) - \zeta \quad (4.1)$$

Dette avviket forsøker en å minimere ved å endre på geoidehøyden ζ . Matematisk blir dette gjort ved bruk av minste kvadraters kollokasjon. Endringen av ζ blir signalet som en prøver å bestemme, samtidig som en tar høyde for at avviket kan inneholde en tilfeldig feil. Når korreksjonen til ζ , signalene, er bestemt i justeringspunktene, kan en ved minst kvadraters prediksjon estimere korreksjonen i et grid og lage høydefereransemodellen.

I [Kartverket \(2021\)](#) er det redegjort mer for hvordan dette er gjort for HREF2018b_NN2000_. Totalt er det benyttet 3299 justeringspunkt fordelt langs nivellementslinjene i hele landet. Det er tilstrebet at enhver grend, by eller tettsted, og langs alle riks- og fylkesveger maksimalt er 15 km til nærmeste justeringspunkt. Dette har vist seg å være utilstrekkelig på Vestlandet og i Nord-Norge der en har dype fjorder og høye fjell. For mer om nøyaktigheten til HREF-modellene henvises til [Mysen \(2014\)](#)

4.10.4 Lokale høydesystem

Ved innføringa av NN2000 ble alle kommunale lokale høydesystem avløst av NN2000 og har derfor bare historisk interesse.

Tabell 4.4: *Historiske kommunale høydesystem*

Kommune	Høydesystem	NN1954-høyder minus lokale høyder
Oslo	Oslo lokal	0.212 m
Bergen	Nordnes null	
Trondheim	Trondheim lokal	-0.871 m
Bærum	Oslo lokal	0.212 m

Skal en regne om fra lokalt system til NN2000 må en også legge til forskjellen mellom NN1954 og NN2000. Til det kan en bruke transformasjonsmodellen *NNTrans2018b* omtalt i avsnitt [4.10.2](#).

4.10.5 Høydesystem på Svalbard

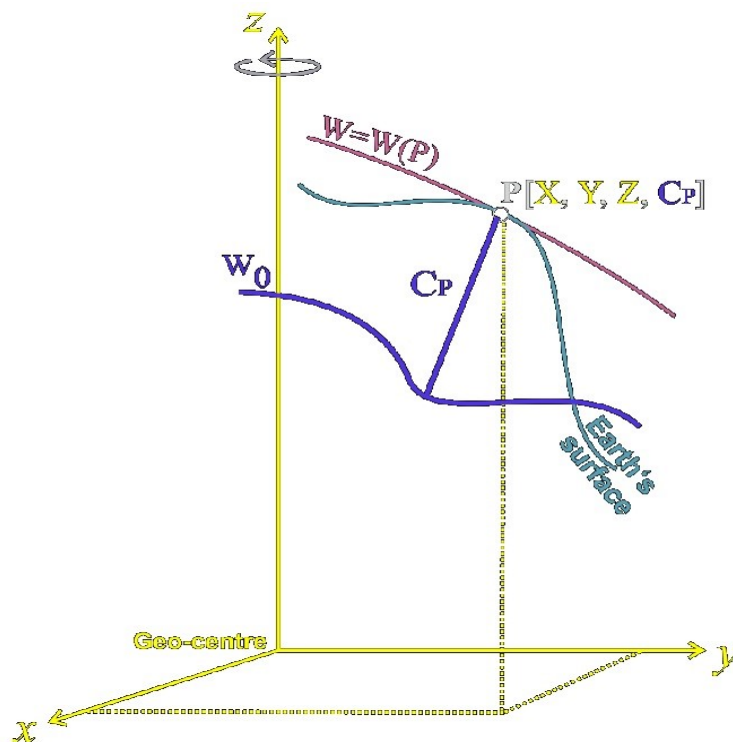
De permanente stasjonene og grunnlagsnettet definerer et ellipsoidisk høydesystem på Svalbard. Det er ikke etablert noe overordnet geofysisk høydesystem i området. Det finnes en geoidmodell, *Arcgp – 2006 – sk*, som brukes til praktiske formål.

Kartverkets overordnede ansvar for grunnlagsnett på Svalbard omfatter også tyngdemålinger. Observatoriet i Ny-Ålesund danner grunnlaget for tyngdenettet. Kartverket utførte relative tyngdemålinger i terrenget på Svalbard på 1980-tallet, men arbeidet ble stanset etter en helikopterulykke i 1987. Kartverket har utført noe presisjonsnivellement i Ny-Ålesund for å knytte sammen vannstandsmåleren og gammelt og nytt observatorium. Ut over dette har vi ikke noe nivellementsnett på Svalbard. Det er pr. 2023 store usikkerheter i høydene på fastmerkene rundt Longyearbyen.

4.11 Globale høydesystem

Tanken om en global referanseramme for fysiske høyder er i ferd med å modnes og det eksperimenteres med faktiske realiseringer. Systemet kalles IHRS og de grunnleggende konvensjonene er:

1. Den vertikale referansen i IHRS er geopotensialet på geoiden:
 $W_0 = \text{konstant} = 62636853.4 \text{ m}^2\text{s}^{-2}$
2. Alle parametre, observasjoner og andre data skal være gitt i middelsystemet for tidejord.
3. Enhet for lengde er SI-meteren og enhet for tid er SI-sekundet.
4. Den vertikale koordinaten til et punkt angis som forskjellen mellom punktets geopotensialverdi og geopotensialet på geoiden: $C_p = W_0 - W_p$
5. Punkters beliggenhet i rommet angis ved hjelp av koordinater i ITRF.



Figur 4.20: *Prinsipp for internasjonalt høydesystem*

Navnkonvensjonen samsvarer med det som brukes i det geometriske tilfellet: en realisering av et IHRS skaper en IHRF.

En realisering krever at en i et og samme punkt har posisjonen i en ITRF-ramme og kjenner (kvasi)geoidens beliggenhet i forhold til ellipsoiden (med sentrum i origo i den nevnte ITRF-ramma.): Den vertikale koordinaten (geopotensialdifferansen) til et punkt kan da skrives:

$$\begin{aligned}
 C_p &= W_0 - W_p \\
 &= W_0 - (W_0 - (h_p - \zeta_p) \cdot \bar{\gamma}) \\
 &= (h_p - \zeta_p) \cdot \bar{\gamma} \quad [\text{m}^2\text{s}^{-2}]
 \end{aligned} \tag{4.2}$$

Her h_p er ellipsoidisk høyde i punktet p , ζ_p er høydeanomalien i p i henhold til en kvasigeoidmodellen og $\bar{\gamma}$ er midlere normaltyngde over ellipsoiden i punktet p . Overgangen fra geopotensialdifferansen C_p til normalhøyde, slik vi har i NN2000, gjøres ved å dividerer med $\bar{\gamma}$.

For at en skal kunne realisere et entydig og nøyaktig høydesystem på denne måten, kreves en entydig og nøyaktig (kvasi)geoidmodell - og det er her utfordringa ligger. Globale modeller kan sikre konsistens og entydighet, men de er ennå ikke så nøyaktige som regionale modeller. Bedre nøyaktighet oppnås ved bruk av regionale modeller, men det vil kunne være systematiske forskjeller mellom ulike regioner og derfor mangel på entydighet.

I tillegg må en være konsistent med hensyn til tidejordssystem og referansetidspunkt. ITRF-rammene bruker det tidejordfrie systemet, mens (kvasi)geoidmodellene kan ha andre konsepter for tidejord. Videre må referansetidspunktet i ITRF-ramma, samsvare med den i (kvasi)geoidmodellen. Ved inkonsistens må det korrigeres slik at alt er i overensstemmelse med definisjonen.

Som nevnt i innledningen til avsnitt 4.10 har en for Norge konkludert med at eksisterende (kvasi)geoidmodeller ennå er for unøyaktige til å kunne erstatte et nivellementbasert høydesystem. Men dette forhindrer ikke at det realiseres et mindre nøyaktig internasjonalt høydesystem som eksisterer samtidig med et nøyaktigere tradisjonelt nivellementsbasert system.

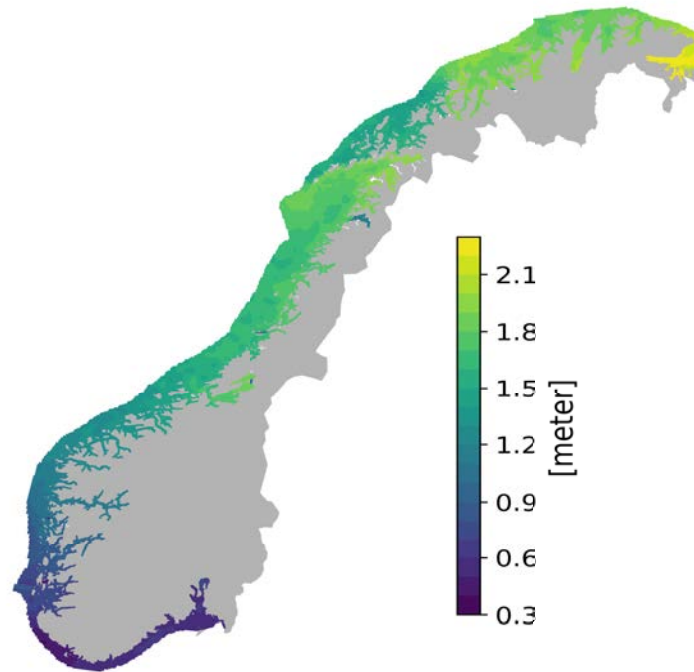
4.12 Høydenivåer til sjøs

Høydereferansen til sjøs er Sjøkartnull og defineres generelt som laveste astronomiske tidevann (LAT) i forhold til Middelvann. På strekningen Utsira – Svenskegrensa er det gjort et viktig unntak fra denne generelle definisjonen ved at det er lagt til sikkerhetsverdier for å oppnå en referanse som vannstanden veldig sjelden kommer under. På hele strekningen er sikkerhetsverdien 20 cm, og innenfor Drøbaksundet ytterligere 10 cm. I disse områdene er dermed Sjøkartnull henholdsvis 20 og 30 cm lavere enn LAT.

Middelvannet endres med tiden og har blitt regnet på nytt flere ganger. Enhver ny beregning kan betraktes som en ny referanse – et nytt vertikalt datum. Det gjeldende Middelvann baseres på perioden 1996 til 2014 og kan kalles “Norges offisielle Middelvann”. (Ofte kalt Middelvann med stor M, for å skille det fra en hvilken som helst annen midlere vannstand.)

Sjøkartnull angis som en viss avstand eller dybde i forhold til Middelvann. Langs norskekysten er verdiene typisk 30-70 cm i sør og 150-200 cm i nord. Stort sett er endingene av sjøkartnull i forhold til Middelvann små og langbølgede, men ved spesielle forhold kan variasjonene være store over korte avstander. Det mest ekstreme er Saltstraumen i Nordland der variasjonen er over 60 cm over en strekning på under 500 m.

Til mange kart og oppmålingsoppgaver er kunnskap om Sjøkartnulls beliggenhet i forhold til NN2000 eller i forhold til ellipsoiden like nyttig som forholdet til Middelvann. Det er derfor laget gridmodeller som beskriver avstanden til disse nivåflatene og disse betegnes henholdsvis NN2000_Over_Sjøkartnull og Sjøkartnull_Over_Ellipsoiden - med samlenavn sjørelaterte separasjonsmodeller. Den første modellen er grunnlaget for den offisielle transformasjonen i Proj mellom NN2000 og Sjøkartnull. Denne transformasjonen har EPSG-kode 9885.



Figur 4.21: *Beliggenheten til NN2000 over Sjøkartnull langs norskekysten*

For mer informasjon om beregningen av separasjonsmodellen henvises til [Kartverket \(2019, 2020\)](#)

Kapittel 5

Standardisering

ISO-standarden 19111 ([International Organization for Standardization, 2023](#)) definerer en konseptuell modell for koordinatbaserte referanserammer. For korrekt bruk av begreper og termer og sammenhengen mellom referanserammer vises det ofte til denne standarden. I tillegg til begrepet *datum*(=*referanseramme*) som er nevnt før, definerer standarden begrepet *koordinatsystem*, som kan være *ellipsoidisk*, *kartesisk* eller *vertikalt*. Kombinasjonen av *datum* og *koordinatsystem* utgjør et *koordinatbasert referansesystem (KRS)*. På engelsk *coordinate reference system - CRS*. Tar en med at *kartesisk* her kan være både jordsentriske tredimensjonale koordinater og todimensjonale kartkoordinater i ulike kartprojeksjoner i ulike soner, framkommer det mange kombinasjoner - det vil si mange måter en og samme posisjon kan angis.

For å forsøke å rydde opp i denne jungelen er det opprettet registre der hver kombinasjon, hvert *koordinatbaserte koordinatsystem*, har fått en entydig kode. Registeret som er mest brukt i dag er EPSG-registeret, som inneholder både globale og nasjonale referanserammer. I tillegg finnes også ISO-registeret som begrenser seg til de internasjonale referanserammene.

5.1 EPSG-registeret

EPSG-registeret er opprettet og vedlikeholdes av International Association of Oil & Gas Producers (IOGP). Det er en database som inneholder en samling av datum, koordinatbaserte referansesystemer, transformasjoner og konverteringer. Alt med definerte koder. Innholdet i registeret er både globalt, regionalt, nasjonalt og lokalt og omfatter store deler av verden ([IOGP, 2021](#)).

EPSG-koder identifiserer de ulike transformasjonene og referanserammene og er unike. Disse kodene er i bruk av flere typer verktøy for geografisk informasjon og er nok den mest brukte måten å referere til transformasjoner og referanserammer på. Alle transformasjoner og referanserammer for norske formål har derfor en unik EPSG-kode. Disse blir nå i utstrakt grad brukt til å identifisere transformasjonene og referanserammene vi har.

Mange programmer og IT-systemer for geografisk informasjon forholder seg til EPSG-kodene. For norske forhold kan pr. 2023 et oppslag i EPSG-registeret fortone seg noe forvirrende ettersom søkeordet 'EUREF89' ikke gir det forventede tilslaget. Registeret bruker, noe misvisende, navnet på referansesystemet - 'ETRS89', i stedet for navnet på referanserammen - 'EUREF89'. Det finnes imidlertid en egen liste over koordinatbaserte referansesystemer som er aktuelle å bruke i Norge på kartverkets Geonorge-portal, ([Kartverket, 2023](#)). Her benyttes 'EUREF89'.

5.2 ISO Geodetic Registry

ISO Geodetic Registry (ISOG) er utviklet av ISO Technical Committee 211 tett koblet til ISO_19111 i termer og språkbruk. Som for EPSG-registeret er ulike koordinatbaserte referansesystemer og transformasjoner gitt koder, men ikke de samme som i EPSG-registeret og begrenset til systemer og transformasjoner for internasjonale koordinatbaserte referansesystemer ([ISOG](#), [2021](#)).

Kapittel 6

Transformasjoner i Sktrans

Fram til 2021 ble alle transformasjoner mellom referanserammene og konverteringer av koordinater formidlet og offentliggjort i form av dll-filer for Windows. Slike dll'er ble kalt transformasjonsbibliotek. Kartverkets transformasjonsprogram Sktrans var en bruker av transformasjonsbibliotekene i tillegg til mange eksterne, private og offentlige, program- og systempakker. Det sist gjeldende landsdekkende biblioteket er *skt2lan1_r64.dll*.

Fra 2021 har Kartverket gått over til en ny teknologi og en ny tankegang omkring distribusjon av transformasjons- og konverteringsalgoritmer. I stedet for egne transformasjonsbibliotek som forvaltes av Kartverket, brukes nå *proj-teknologi* og rutinene distribueres gjennom *proj-systemet*. Mer om dette i kapittel 7.

6.1 NGO1948-EUREF89

6.1.1 Formål og hovedprinsipp

Transformasjonen er basert på fellespunkter med koordinater i begge referanserammene. Den har gyldighet i hele fastlands-Norge og videre ut til territorialgrensa. Metoden transformerer på grunnlag av de 20 nærmeste fellespunktene. Hvis antall fellespunkter er mindre enn 20, brukes samtlige fellespunkter. Transformasjonen foregår ved kollokasjon, med en 4-parameter Helmert-transformasjon i bunnen. Hvis antall benyttede fellespunkter er mindre enn 5, velger programmet en forhåndsdefinert 7-parameter Helmert-transformasjon, jamfør likningene (6.8) og (6.9).

6.1.2 Fellespunkter

Fellespunktene definert i ei tilleggsfil. Den leveres sammen med dll'en for SkTrans. Fellespunktfila inneholder for tida ca. 16 000 punkter. På første linje inneholder fila datoen da den ble generert (brukes til identifikasjon av fila). Deretter følger ei linje for hvert fellespunkt, med punktnummer og geografisk bredde og lengde i NGO1948- og EUREF89-systemene. Punktene er sortert etter stigende breddegrad. Når første punkt skal transformeres, blir fellespunktfila lest inn, og lagt i tabeller. Disse tabellene blir lagret, slik at denne operasjonen bare utføres for det første punktet som transformeres.

Områdeavgrensning

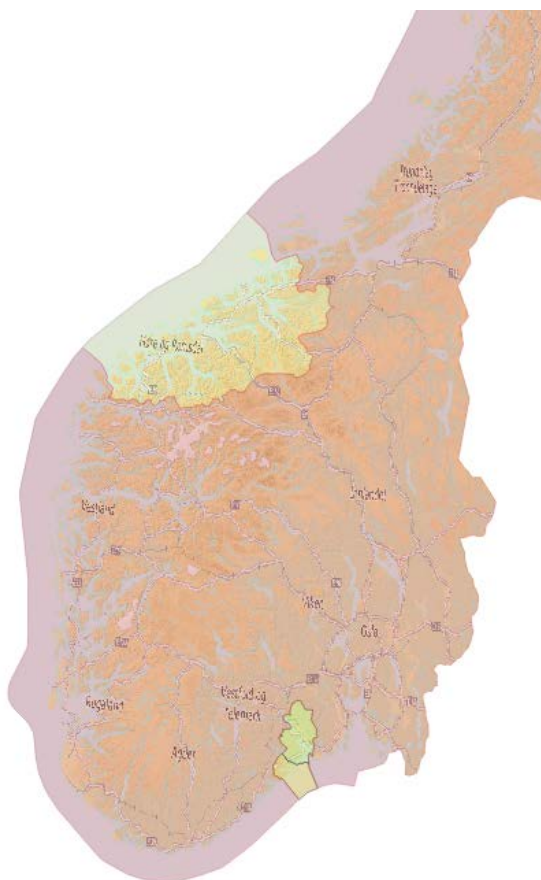
Samtlige fellespunkter befinner seg innenfor Fastlands-Norge. Dekningsområdet for formelen går likevel langt ut i Nordsjøen, Norskehavet og Barentshavet, omfatter store deler av Sverige og det nord-vestligste av Finland og Russland.

På grunn av deformasjonssoner i NGO-nettet (for eksempel Grenlandsområdet) og særegne lokale nett (Møre) har det vært nødvendig å dele landet inn i følgende deformasjonssoner:

Tabell 6.1: *Deformasjonssoner*

Sone	Name deformasjonssone
1	Fastlands-Norge med unntak av sone 2, 3 og 4
2	Møre – dekningsområdet for Møre-nettet
3	Skien, Porsgrunn, Bamble, Siljan
4	Kragerø

Mellom hver deformasjonssone er det lagt inn grenselinjer, slik at det i hver deformasjonssone bare anvendes fellespunkter som ligger innenfor denne sonen.



Figur 6.1: *Områdeavgrensninger for transformasjon mellom NGO1948 og EUREF89 i Sør-Norge.*

Søking etter fellespunkter

Innledningsvis slås en sirkel med radius 0.09 buegrader, tilsvarende 10 km, omkring transformasjonspunktet. Hvis punktet befinner seg innenfor denne sirkelen med minst 20 fellespunkter, nøyer en seg med disse. Hvis antall fellespunkter innenfor sirkelen er mindre enn 20, doubles søkearealet (radien multipliseres med $\sqrt{2}$). Slik fortsettes det inntil det er minimum 20 fellespunkter og søkeradien er maksimalt ca. 80 km.

- Hvis antall fellespunkter totalt er mindre enn 20, bruker programmet samtlige punkter i fellepunktfila.
- Hvis antall fellespunkter er mindre enn 5, bruker programmet en 7-parametertransformasjon, basert på likning (6.8) og (6.9).

Søkeområdet er alltid i NGO. Input-koordinater i EUREF89 blir transformert til NGO1948 med et polynom. Utvelgelsen av fellespunkter skjer på grunnlag av NGO-koordinater. Utvalgte fellespunkter sorteres etter stigende radius.

6.1.3 Transformering

Transformeringen foretas i to trinn:

1. Helmert-transformasjon som tar seg av den parametriske delen.
2. Kollokasjon som tar seg av den stokastiske delen.

Sentralt i hele transformasjonen er kovariansfunksjonen. Kovariansfunksjonen som benyttes i fylkesformlene, er utledet av professor Olav Mathisen ved institutt for Landmåling på Norges Landbrukshøgskole, og ser slik ut:

$$C = k \cdot \cos(a), \text{ hvor} \quad (6.1)$$

$$a = \frac{\pi}{2} \cdot \frac{d}{c} \quad (6.2)$$

Konstantenes verdier er satt til $k = 0.00039$ og $c = 7700$ og d er avstand mellom punktene i grader. Størrelsen C inngår som varians-kovarians i de to kovariansmatrisene:

- C_{nn} inneholder kovariansene internt mellom fellespunktene. For hvert element i C_{nn} blir kovariansen mellom punktpar satt i henhold til likningene (6.1) og (6.2).
- C_{mn} inneholder kovariansene mellom transformasjonspunktet (prediksjonspunktet) og fellespunktene. C_{mn} er en vektor.
- D_{nn} inneholder variansen til fellespunktene - eller mer presist til felleskoordinatene. Nøyaktigheten til et punkt anses uavhengig av alle de andre, så matrisa har bare verdier på hoveddiagonalen.

6.1.4 Helmert-transformasjon

Beregning av parametrene i Helmert-transformasjonen tar utgangspunkt i standard feillikninger:

$$\begin{bmatrix} x_k \\ y_k \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \varepsilon_{x_k} \\ \varepsilon_{y_k} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a & b \\ -b & a \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u_k \\ v_k \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} t_x \\ t_y \end{bmatrix} \quad (6.3)$$

Som vektormatrise P_{nn} brukes den inverse kovariansmatrisa $(C_{nn} + D_{nn})^{-1}$. Det forutsettes n fellespunkter med koordinatene u, v i fra-systemet og x, y i til-systemet.

Parametrene i Helmert-transformasjon kan løses med minste kvadraters metode med utgangspunkt i feillikningene i (6.3) og vektormatrisa P_{nn} . Da transformasjonsmetodikken ble utviklet var tidsforbruket ved inverteringer et problem som måtte håndteres. Det ble derfor utviklet en

alternativ metode som kan estimere parametrene uten matriseinvertering basert på tyngdepunktskoordinatene $(\bar{u}, \bar{v})$ og $(\bar{x}, \bar{y})$. Det er redegjort for denne metodikken i appendiks B.

Når parametrene er funnet beregnes residualvektorene Ex og Ey med elementene:

$$\varepsilon_{x_k} = \bar{x}_k - a\bar{u}_k - b\bar{v}_k \quad (6.4)$$

$$\varepsilon_{y_k} = \bar{y}_k - a\bar{v}_k + b\bar{u}_k \quad (6.5)$$

6.1.5 Kollokasjon

I følge kollokasjonsmodellen består en observasjon (en koordinat eller et koordinatsett) av:

1. En systematisk eller parametrisk del, Ax
2. En tilfeldig variabel del s_n , kalt signal
3. En tilfeldig variabel del n_n , kalt støy

Målingene, l , kan skrives som $l = Ax + Tv$, hvor

$$T = \begin{bmatrix} I_{nn} & 0_{nm} & I_{nn} \end{bmatrix} \quad \text{og} \quad v = \begin{bmatrix} s_n \\ s_m \\ n_n \end{bmatrix} \quad (6.6)$$

n er antall målepunkter eller fellespunkter, og m er antall prediksjonspunkter eller transformasjonspunkter. Den parametriske delen, pkt 1, løses ut i Helmert-transformasjonen som er beskrevet over.

Signalet i målepunktene er i dette tilfelle: $s_n = C_{nn}(C_{nn} + D_{nn})^{-1} \begin{bmatrix} E_x \\ E_y \end{bmatrix}$

Signalet i prediksjonspunktene er gitt ved: $s_m = C_{mn}(C_{nn} + D_{nn})^{-1} s_n$, der C_{nn} er kovariansmatrisa til signalene og D_{nn} er kovariansmatrisa til målingene. I vårt tilfelle er disse ukorrelerte og feilfrie fellespunkt. D_{nn} blir derfor i dette tilfellet ei null-matrise som kan fjernes. E_x og E_y er hentet fra likning 6.4 og signalene i fellespunktene blir dermed lik residualene fra Helmert-transformasjonen.

6.1.6 7-parameter Helmert-transformasjon

I transformasjonsbiblioteket SkTrans finnes også en 7-parameter Helmert-transformasjon mellom EUREF89 og NGO48 med en meters nøyaktighet for hele landet. Denne blir stort sett benyttet når det ikke er nok fellespunkter til å utføre transformasjonen med 4-parameter Helmert og kollokasjon.

Rotasjonsmatrisa R roterer vektoren X i et kartesisk koordinatsystem. R er sammensatt av rotasjonsmatrisene $R_x(\alpha)$, $R_y(\beta)$ og $R_z(\gamma)$ med rotasjonssekvensen $R_x \rightarrow R_y \rightarrow R_z$.

$$\begin{aligned} R &= R_z(\gamma)R_y(\beta)R_x(\alpha) \\ &= \begin{bmatrix} \cos \gamma & -\sin \gamma & 0 \\ \sin \gamma & \cos \gamma & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \cos \beta & 0 & \sin \beta \\ 0 & 1 & 0 \\ -\sin \beta & 0 & \cos \beta \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos \alpha & -\sin \alpha \\ 0 & \sin \alpha & \cos \alpha \end{bmatrix} \\ &= \begin{bmatrix} \cos \gamma \cos \beta & -\sin \gamma \cos \alpha + \cos \gamma \sin \beta \sin \alpha & \sin \gamma \sin \alpha + \cos \gamma \sin \beta \cos \alpha \\ \sin \gamma \cos \beta & \cos \gamma \cos \alpha + \sin \gamma \sin \beta \sin \alpha & -\cos \gamma \sin \alpha + \sin \gamma \sin \beta \cos \alpha \\ -\sin \beta & \cos \beta \sin \alpha & \cos \beta \cos \alpha \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (6.7)$$

Transformasjonsformel fra NGO48 til EUREF89:

$$\begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix}_{\text{EUREF89}} = \begin{bmatrix} T_x \\ T_y \\ T_z \end{bmatrix} + (1 + D) \cdot R \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix}_{\text{NGO48}} \quad (6.8)$$

Transformasjonsformel fra EUREF89 til NGO48, invers av formel (6.8):

$$\begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix}_{\text{NGO48}} = \frac{R^T}{(1 + D)} \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix}_{\text{EUREF89}} - \begin{bmatrix} T_x \\ T_y \\ T_z \end{bmatrix} \quad (6.9)$$

Tabell 6.2: *Helmertparametre for transformasjon fra NGO48 til EUREF89*

T_x (m)	T_y (m)	T_z (m)	D (ppm)	α (rad)	β (rad)	γ (rad)
278.287	93.048	474.471	6.205	$3.8245 \cdot 10^{-5}$	$2.4100 \cdot 10^{-7}$	$-3.2045 \cdot 10^{-5}$

6.1.7 Transformasjonsbiblioteker

Transformasjon mellom NGO1948 og EUREF89 har blitt utgitt som transformasjonsbiblioteker tilpasset Microsoft-baserte transformasjonsprogrammer. Bibliotekene har dekket hele landet, fylker og kommuner, og alle er basert på metoden beskrevet i avsnitt 6.1.1 til 6.1.6. Transformasjonsbibliotekene blir ofte omtalt som landsformel, fylkesformel og kommuneformel.

Den første landsformelen ble gitt ut kort tid etter at EUREF89 først ble tatt i bruk i 1993. Som grunnlag for den første transformasjonsrutinen ble hele førsteordensnettet beregnet i EUREF89 basert på et fåtall grunnlagspunkter som var bestemt i EUREF89 gjennom GPS-målekampanjer. Dette resulterte i et nett av ca. 500 transformasjonspunkter spredt over hele landet. Det ble brukt en stedsavhengig løsning med affin transformasjon basert på de 7 nærmeste fellespunktene til det punktet som skulle transformeres. Dette var den første landsformelen som etter hvert ble tilgjengelig som Windows-dll med betegnelsen Skt2Nor1.dll. Nøyaktigheten var i området 0.5 til 1.0 meter.

Fylkesvise transformasjonsbibliotek eller fylkesformler ble gitt ut fra 1995 etter hvert som stamnettet og landsnettet ble etablert. Dette ga grunnlag for en mer nøyaktig transformasjon enn den første landsformelen som kun var basert på et fåtall punkter. Mange landsnettpunkter var tidligere bestemt i NGO1948, og i tillegg ble alle trekantpunkter beregnet på nytt i EUREF89 med de gamle vinkel- og avstandsmålingene. Med flere fellespunkter var det mulig å transformere med en nøyaktighet på omkring 5-10 cm. Fylkesformlene ble utgitt og oppdatert i takt med etablering av landsnettet. I starten ble det brukt en stedsavhengig affin transformasjon basert på de 4 nærmeste fellespunktene som dannet en omskrevet figur omkring det punktet som skulle transformeres. Dette ble etter hvert endret til metoden beskrevet i avsnitt 6.1.1 til 6.1.6.

NGO1948 er realisert i flere versjoner i noen områder. I 1990-årene ble grunnlagsnettet i en del kommuner målt med GPS og beregnet på nytt ved nykartlegging. Disse beregningene ga i mange tilfeller stor tvang mot det eldre grunnlaget, og de ble ofte bare brukt til det aktuelle kartleggingsprosjektet. Ved utgivelse av fylkesformler ble det vurdert hvilken versjon av

NGO1948 som lå til grunn for kommunenes datasett, og det ble brukt i fylkesformelen. Det er også gitt ut to versjoner av noen fylkesformler, en basert på renoverte grunnlag fra 1990-årene og en annen basert på et eldre grunnlag. Det er likevel mange eksempler på at nabokommuner har brukt forskjellige NGO1948-grunnlag, noe som kan gi diskontinuitet i transformasjonen over kommunegrensene internt i et fylkesbibliotek.

Kommunevise transformasjonsbibliotek eller kommuneformler ble gitt ut ved innføring av EUREF89 i kommunene. Det var behov for svært gode transformasjoner slik at data kunne transformeres uten at kvaliteten ble vesentlig forringet. Kommuneformlene er også basert på metoden beskrevet i avsnitt 6.1.1 til 6.1.6, men det er flere fellespunkter, og det er brukt kommunale fellespunkter i tillegg til Kartverkets punkter. På denne måten ble transformasjonen tilpasset best mulig til det grunnlaget som var brukt ved etablering av geografiske data i kommunen. For noen kommuner er det gitt ut flere versjoner fordi det er ulike NGO1948-realiserings som ligger til grunn for datasettene som skulle transformeres. Nøyaktigheten ved transformasjon med kommuneformler er omkring 3-10 cm. Kommuneformler kan lastes ned på GeoNorge-portalen (([Kartverket](#), 2023a)).

Lokale koordinatsystem har vært i bruk i enkelte kommuner. For disse kommunene ble det utgitt kommuneformler for transformasjon direkte mellom EUREF89 og det lokale koordinatsystemet. Tabell 6.3 viser de lokale systemene det er utgitt kommuneformel for.

Tabell 6.3: Lokale koordinatsystem

Kommune	Kommuneformel	Egenskaper
Oslo	Skt2os03	Nord-koordinat forskjøvet i forhold til NGO1948
Bærum	Skt2ber3	Nord-koordinat forskjøvet i forhold til NGO1948
Bergen	Skt2_1201_1	Bergenshalvøens lokale koordinatsystem, forskjøvet i forhold til NGO1948
Askøy	Skt2_1247_1	Som Bergen
Kristiansund	Skt2_1503_1	Lokalt nett basert på Møre-grunnlaget fra 1956
Ålesund	Skt2_1504_1	Lokalt nett basert på Møre-grunnlaget fra 1956
Trondheim	Skt2_1601_ren_1	Origo i spiret på domkirken
Bodø	Skt2_1804_2	Forskjøvet i forhold til NGO1948

Det har vært brukt lokale koordinatsystem i noen kommuner uten at Kartverket har utgitt kommuneformel. Det har også vært benyttet flere lokale systemer i enkelte kommuner gjennom årene, blant annet i Bergen.

Ny versjon av landsformelen ble utgitt da landsnettets var nær fullført. Det nye landsdekkende transformasjonsbiblioteket ble basert på alle fylkesbibliotekene, og den endelige versjonen fra 2008 inneholdt ca. 16 000 fellespunkter. Der det var flere fylkesformler for ulike NGO1948-grunnlag ble som hovedregel det eldste grunnlaget brukt. Transformasjonsmetode og håndtering av diskontinuitetene i Møre og Romsdal og Grenlandsområdet er beskrevet i avsnitt 6.1.1 til 6.1.6. Denne landsformelen gir som hovedregel samme resultat som fylkesformlene, men det kan forekomme forskjeller langs fylkesgrensene slik de var før 2020. Etter 2008 har fylkesformlene blitt erstattet av det landsdekkende biblioteket og er derfor mindre aktuelle å bruke.

6.2 Fra globale referanserammer til EUREF89

Ved transformasjon fra globale referanserammer tilbake til EUREF89 blir problemstillingen noe endret i forhold til transformasjonene beskrevet i avsnitt 6.1, fordi globale referanserammer er tidsavhengige. Med det menes at koordinatene endres med tiden i overensstemmelse med hvordan kontinentalforflytninger og andre geofysiske prosesser faktisk endrer posisjonen. Brukerne vil derfor erfare at koordinater endres fra et år til et annet, og at en posisjon ikke er entydig uten en tidsangivelse (tidsreferanse).

Skal en transformere tilbake til EUREF89 må en ha kunnskap om de bevegelsene som skaper koordinatendringene. Kontinentalforflytningen, gjerne kalt *platebevegelsen*, er for de seneste ITRF-rammene beregnet samtidig med at referanserammen realiseres, og uttrykker bevegelsen i denne rammen. Platebevegelsen angis som vinkelhastigheter i tre dimensjoner.

I Skandinavia har vi også landhevning. Det medfører en annen endring av koordinatene. Denne koordinatendringen er størst i høyde, men landhevningsfenomenet har også mindre horisontale effekter. Vi kaller denne koordinatendringen for *intraplate deformasjon*. Modeller for intraplatebevegelse for Norge er et resultat av samarbeid innen Nordisk Kommissjon for Geodesi (NKG), og modellene er gridbaserte - en for hver dimensjon.

De globale rammene oppdateres ofte, det er derfor flere referanserammer å forholde seg til, for eksempel ITRF2008, ITRF2014 og ITRF2020, eller IGS05, IGS08 og IGS14. For transformasjon mellom globale referanserammer benyttes offisielle parametre som publiseres samtidig med nye referanserammer. I metodikken som er utviklet i SkTrans benyttes først offisielle parametre for å transformere til IGS05 ved referansetidspunktet 2009.58 (IGS05N). Deretter benyttes en egenutviklet transformasjon for det siste steget fra IGS05N til EUREF89.

Første etappe er beskrevet nedenfor i avsnitt 6.2.1 og består av en transformasjon til ITRF2005 ved bruk av offisielle parametre og en tilbakeføring fra observasjonstidspunktet til referansetidspunkt 2009.58. Denne referanserammen kalles IGS05N. Deretter beskriver avsnitt 6.2.2 overgangen fra IGS05N til EUREF89.

6.2.1 Fra ITRF-rammer til IGS05N

I Norge er ITRF realisert gjennom IGS sine referanserammer, slik at ITRF2005 er realisert som IGS05N, ITRF2008 som IGS08 eller IGS08 og ITRF2014 som IGS14. For bedre oversikt og lesbarhet bruker vi i framstillingen nedenfor likevel betegnelsene ITRF-rammer når vi mener IGS-rammer, men gjør et unntak for IGS05N på grunn av dens sentrale rolle.

Biblioteket i Sktrans håndterer ITRF2005, ITRF2008 og ITRF2014. For de to sistnevnte er første skritt på veien til EUREF89 en transformasjon til ITRF2005. For referanserammen ITRF2014 transformeres observasjonen først til ITRF2008 ved likning 6.10 og deretter til ITRF2005 ved likning 6.11. Parametrene for begge transformasjonene er publisert på ITRF sin nettside (ITRF, 2022). Transformasjonsparameterne har henholdsvis 2000.0 og 2010.0 som referansetidspunkt slik at de må tilbakeføres fra observasjonstidspunktet (t_c), til sitt referansetidspunkt ved å bruke parameterenes endringsrater som også fremkommer i (ITRF, 2022). Merk at de tre rotasjonsparameterne er 0 ved begge transformasjonene og inngår derfor ikke i formelen.

1. Transformasjon fra ITRF2014 til ITRF2008 ved observasjonstidspunkt t_c .

$$\begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix}_{\text{ITRF2008}}^{t_c} = (1 + D + \dot{D} \cdot (t_c - 2010.0)) \cdot \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix}_{\text{ITRF2014}}^{t_c} + \begin{bmatrix} T_x \\ T_y \\ T_z \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \dot{T}_x \\ \dot{T}_y \\ \dot{T}_z \end{bmatrix} \cdot (t_c - 2010.0) \quad (6.10)$$

2. Transformasjon fra ITRF2008 til ITRF2005 ved observasjonstidspunkt t_c .

$$\begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix}_{\text{ITRF2005}_{t_c}} = (1 + D + \dot{D} \cdot (t_c - 2000.0)) \cdot \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix}_{\text{ITRF2008}_{t_c}} + \begin{bmatrix} T_x \\ T_y \\ T_z \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \dot{T}_x \\ \dot{T}_y \\ \dot{T}_z \end{bmatrix} \cdot (t_c - 2000.0) \quad (6.11)$$

Transformasjonen fra ITRF2005 til IGS05N innebærer en korleksjon for intraplatebevegelse og blir i Sktrans utført i flere steg:

1. I det første steget transformeres ITRF2005-koordinaten til ITRF2000 i henhold til likning (6.12). Veien om ITRF2000 kommer av at bevegelsesmodellen i steg 3 nedenfor refererer til denne referanserammen. Transformasjonsparameterne fremkommer i (ITRF, 2022) og har referansetidspunkt 2000.0:

$$\begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix}_{\text{ITRF2000}_{t_c}} = (1 + D + \dot{D} \cdot (t_c - 2000.0)) \cdot \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix}_{\text{ITRF2005}_{t_c}} + \begin{bmatrix} T_x \\ T_y \\ T_z \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \dot{T}_x \\ \dot{T}_y \\ \dot{T}_z \end{bmatrix} \cdot (t_c - 2000.0) \quad (6.12)$$

2. Neste steg korrigerer for kontinentaldriften av Europa fra observasjonstidspunktet t_c til referansetidspunktet $t_0 = 2009.58$. Parametrene, som er nærmere omtalt i (Altamini, Z. Sillard, P. Boucher, C., 2003) og vist i tabell 6.4, anvendes ved innsetting i likning (6.13):

$$\begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix}_{\text{ITRF2000}_{2009.58}} = \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix}_{\text{ITRF2000}_{t_c}} + (t_c - 2009.58) \cdot \begin{bmatrix} 0 & -\dot{R}_z & \dot{R}_y \\ \dot{R}_z & 0 & -\dot{R}_x \\ -\dot{R}_y & \dot{R}_x & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix}_{\text{ITRF2000}_{t_c}} \quad (6.13)$$

Tabell 6.4: Drift av det eurasiske kontinent, uttrykt som rotasjoner om tre akser.

$\dot{R}_x$ (mas/år)	$\dot{R}_y$ (mas/år)	$\dot{R}_z$ (mas/år)
0.081	0.489	-0.792

Enheten *mas* står for **m**illi **a**rc **s**cond, eller tusendels buesekund på norsk. Før rotasjonene anvendes i likning (6.13) må de omgjøres til radianer.

3. I det tredje steget korrigeres posisjonen for intraplatebevegelsen uttrykt i hastighetsmodellen *NKG03_RF03vel*. Det korrigeres på nytt fra observasjonstidspunktet, t_c , til referansetidspunktet $t_0 = 2009.58$. Denne midlertidige referanserammen etter at begge korleksjoner er påført, har fått benevninga *ITRF2000_Korr*.

$$\begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix}_{\text{ITRF2000_Korr}_{t_c}} = \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix}_{\text{ITRF2000}_{2009.58}} + (2009.58 - t_c) \cdot R \begin{bmatrix} \dot{n} \\ \dot{e} \\ \dot{u} \end{bmatrix}_{\text{NKG03}} \quad (6.14)$$

4. Etter intraplatekorreksjon og korreksjon for kontinentaldrift, transformeres koordinaten i *ITRF2000_Korr* med referansetidspunktet $t_0 = 2009.58$ tilbake til IGS05N med de samme transformasjonsparameterne som i steg 1, men med motsatt fortegn:

$$\begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix}_{\text{IGS05N}} = (1 + D + \dot{D} \cdot (t_0 - 2000)) \cdot \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix}_{\text{ITRF2000_korr}_{t_0}} + \begin{bmatrix} T_x \\ T_y \\ T_z \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \dot{T}_x \\ \dot{T}_y \\ \dot{T}_z \end{bmatrix} \cdot (t_0 - 2000) \quad (6.15)$$

IGS05N er den norske realiseringa av IGS05 og har per definisjon referansetidspunkt 2009.95. Veien videre fra IGS05N til EUREF89 er vist i avsnitt 6.2.2.

6.2.2 Transformasjon fra IGS05N epoke 2009.58 til EUREF89

Transformasjonen videre fra IGS05N til EUREF89 følger metoden som er beskrevet i (Nørbech et al., 2008; Häkli et al., 2016). Først korrigeres koordinatene for intraplatebevegelser i perioden fra 2009.58 til 1995.0 ved likning (6.16). Deretter benyttes likning (6.18) for videre transformasjon til EUREF89.

For å korrigere for intraplatebevegelser av Fennoscandia mellom 2009.58 og 1995.0 benyttes hastighetsmodellen NKG_REF03vel. De horisontale komponentene $\dot{n}$ og $\dot{e}$ av modellen er hentet fra GIA-modellen til Milne et al. (2001) og den vertikale delen, $\dot{u}$, stammer fra landhevningsmodellen NKG2005LU (Ågren & Svensson, 2007).

$$\begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix}_{\text{IGS05N}_{\text{intra-korr}}} = \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix}_{\text{IGS05N}} + (1995.0 - 2009.58) \cdot R \cdot \begin{bmatrix} \dot{n} \\ \dot{e} \\ \dot{u} \end{bmatrix}_{\text{NKG03}} \quad (6.16)$$

Rotasjonsmatrisa R transformerer hastighetene fra et toposentrisk koordinatsystem ($\dot{n}$, $\dot{e}$, $\dot{u}$) til et geosentrisk kartesisk koordinatsystem ($\dot{x}$, $\dot{y}$, $\dot{z}$). Rotasjonsmatrisa er definert i for eksempel (Torge, 2001, likning 2.28):

$$R = \begin{bmatrix} -\sin \varphi \cos \lambda & -\sin \lambda & \cos \varphi \cos \lambda \\ -\sin \varphi \sin \lambda & \cos \lambda & \cos \varphi \sin \lambda \\ \cos \varphi & 0 & \sin \varphi \end{bmatrix} \quad (6.17)$$

Tilsvarende vil rotasjonsmatrisa R^{-1} konvertere fra et geosentrisk kartesisk koordinatsystem ($\dot{x}$, $\dot{y}$, $\dot{z}$) til et toposentrisk system ($\dot{n}$, $\dot{e}$, $\dot{u}$). Siden R er ortogonal vil $R^{-1} = R^T$.

For det siste steget er det utviklet en 7-parameter Helmert-transformasjon som fanger opp både kontinentalbevegelsen og andre systematiske forskjeller mellom IGS05N og EUREF89:

$$\begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix}_{\text{EUREF89}} = \begin{bmatrix} T_x \\ T_y \\ T_z \end{bmatrix} + (1 + D) \cdot \begin{bmatrix} 1 & R_z & -R_y \\ -R_z & 1 & R_x \\ R_y & -R_x & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix}_{\text{IGS05N}_{\text{intra-korr}}} \quad (6.18)$$

Transformasjonsparametrene i likning (6.18) ble beregnet av Kartverket ved å bruke 46 punkt med koordinater i både EUREF89 og IGS05N. Resultatet fra denne beregninga er redegjort for i Lysaker & Vestøl (2020) vedlegg A.

Tabell 6.5: 7-parameter Helmert-transformasjon ved overgang fra ISG05N til EUREF89.

T_x (m)	T_y (m)	T_z (m)	D (ppb)	R_x (msec)	R_y (msec)	R_z (msec)
-0.095	0.0139	-0.0748	14.24	-1.044	-14.1853	15.5201

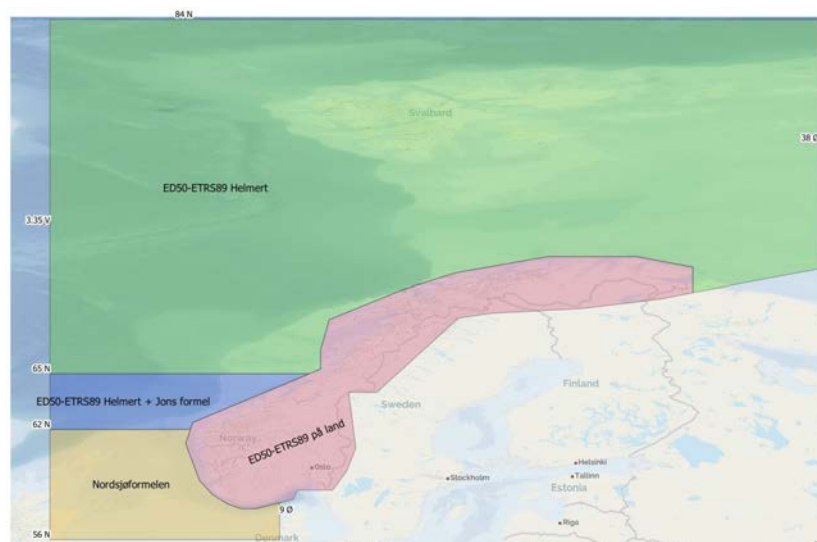
6.3 ED50

6.3.1 Transformasjon til lands

ED50 på land bygger opprinnelig på en felles utjevning av et nett som dekket hele Europa og som ble utført på 1950-tallet, se avsnitt (4.1.5). I samme periode ble førsteordens nettet til NGO48 utjevnet og det ble utarbeidet en transformasjon mellom de to referanserammene. Transformasjon mellom ED50 og NGO48 bygger på *Schiøtts metode* og er beskrevet i [Danielsen \(1982\)](#).

6.3.2 Transformasjoner til sjøs før 2001

Da oljevirkksomheten i Nordsjøen startet var ED50 den eneste referanserammen som var realisert i alle de involverte landene. ED50 ble derfor brukt til definisjon av sjøgrenser, utvinninglisenser og andre data. Systemer for satellittbasert posisjonsbestemmelse ble tatt i bruk fra begynnelsen av 1970-årene med TRANSIT (også kalt Doppler) som det første systemet. TRANSIT ble erstattet av NAVSTAR GPS fra midten av 1980-årene. Med satellittsystemene kom globale referanserammer som WGS84, og det ble snart behov for å transformere data mellom ED50 og globale referanserammer. Det europeiske ED50 ble også beregnet på nytt med tilleggsdata fra satellittmålinger, og den nye realiseringen er benevnt ED87. Transformasjoner i sjøområdene før 2001 var inndelt i tre områder.



Figur 6.2: Ulike transformasjonsområder til land og til sjøs før 2001.

Transformasjon mellom ED50 og WGS84 sør for 62°N

Da landene i nordsjøområdet i 1990 ble enige om retningslinjer for transformasjon mellom ED50 og WGS84, valgte en å gå via ED87 ved å dele transformasjonen i to:

1. ED50 til ED87, fjerdeordens polynom
2. ED87 til WGS84, 7-parameter Helmert

Denne transformasjonen fikk navnet *Nordsjøformelen* og gjelder sør for 62°N. Nordsjøformelen ble utviklet i et samarbeid mellom land som grenser til Nordsjøen med bakgrunn i at den daværende ED50-WGS84-transformasjon ikke hadde tilstrekkelig nøyaktighet. Metoden i Nordsjøformelen er dokumentert i [Harsson \(1990\)](#). Som nevnt over, består Nordsjøformelen av en transformasjon i to trinn, det første trinnet er et fjerdegradspolynom som vist i likning 6.19 og det andre trinnet er en 7-parameter Helmert som vist i likning 6.20. Første trinn transformerer fra ED50 til ED87 og siste trinn videre til EUREF89, eller *WGS84*SEA* som det ble kalt da formelen ble utviklet.

Fjerdegradspolynomet i likning 6.19 anvendes sammen med konstantene i tabell 6.6. U og V i formelen er henholdsvis bredde og lengde i grader, der bredda U er fratrasket 55 grader og lengda angis fra Greenwich med positiv verdi østover. Δ er tillegg i bredde eller lengde, avhengig av hvilke konstanter i tabell 6.6 som benyttes. Se [Harsson \(1990\)](#) for detaljer.

$$\begin{aligned} \Delta = & A_0 + A_1U + A_2V + A_3U^2 + A_4UV \\ & + A_5V^2 + A_6U^3 + A_7U^2V + A_8UV^2 + A_9V^3 \\ & + A_{10}U^4 + A_{11}U^3V + A_{12}U^2V^2 + A_{13}UV^3 + A_{14}V^4 \end{aligned} \quad (6.19)$$

Tabell 6.6: Konstanter i Nordsjøformelen ved transformasjon fra ED50 til ED87. (For motsatt retning snus fortegnet.)

Konstanter	Bredde	Lengde
A_0	$-0.556098 \cdot 10^{-5}$	$0.148944 \cdot 10^{-4}$
A_1	$-0.155391 \cdot 10^{-5}$	$0.268191 \cdot 10^{-5}$
A_2	$-0.402620 \cdot 10^{-6}$	$0.245290 \cdot 10^{-5}$
A_3	$-0.509693 \cdot 10^{-6}$	$0.294400 \cdot 10^{-6}$
A_4	$-0.819775 \cdot 10^{-6}$	$0.152260 \cdot 10^{-5}$
A_5	$-0.247592 \cdot 10^{-6}$	$0.910592 \cdot 10^{-6}$
A_6	$0.136682 \cdot 10^{-6}$	$-0.368241 \cdot 10^{-6}$
A_7	$0.186198 \cdot 10^{-6}$	$-0.851732 \cdot 10^{-6}$
A_8	$0.123350 \cdot 10^{-6}$	$-0.566713 \cdot 10^{-6}$
A_9	$0.568797 \cdot 10^{-7}$	$-0.185188 \cdot 10^{-6}$
A_{10}	$-0.232217 \cdot 10^{-8}$	$0.284312 \cdot 10^{-7}$
A_{11}	$-0.769931 \cdot 10^{-8}$	$0.684853 \cdot 10^{-7}$
A_{12}	$-0.786953 \cdot 10^{-8}$	$0.500828 \cdot 10^{-7}$
A_{13}	$-0.612216 \cdot 10^{-8}$	$0.415937 \cdot 10^{-7}$
A_{14}	$-0.401382 \cdot 10^{-8}$	$0.762236 \cdot 10^{-8}$

Fjerdegradspolynomet etterfølges av en 7-parameter Helmert som transformerer fra ED87 til EUREF89 (WGS84*SEA):

$$\begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix}_{\substack{\text{EUREF89} \\ \text{(WGS84*SEA)}}} = \begin{bmatrix} T_x \\ T_y \\ T_z \end{bmatrix} + (1 + D) \cdot \begin{bmatrix} 1 & -R_z & R_y \\ R_z & 1 & -R_x \\ -R_y & R_x & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix}_{\text{ED87}} \quad (6.20)$$

Tabell 6.7: Parametre i Helmert-transformasjon ved overgang fra ED87 til WGS84 (6.20)

T_x (m)	T_y (m)	T_z (m)	D (ppm)	R_x (rad)	R_y (rad)	R_z (rad)
-82.981	-99.719	-110.709	-0.3143	$-0.5076 \cdot 10^{-6}$	$0.1503 \cdot 10^{-6}$	$0.3898 \cdot 10^{-6}$

Transformasjon mellom ED50 og WGS84 mellom 62°N og 65°N

Transformasjonsmetodene i sørlige og nordlige havområder var ulike, og derfor ble det brukt en overgangsformel i området mellom 62°N og 65°N for å unngå diskontinuiteter. Denne ble kalt *Johnsformel*, navngitt etter tidligere geodet i Kartverket John Sundsby. Transformasjonen skjer direkte mellom ED50 og WGS84, og parametrene er avhengig av breddegrad basert på lineær interpolasjon i to dimensjoner.

Transformasjon nord for 65°N

Den første transformasjonsformelen nord for 65°N var en to-trinns formel mellom ED50 og WGS84 via ED87 tilsvarende som sør for 62°N. Dette er beskrevet i notatet [Kristiansen, O. & Danielsen D. \(1991\)](#). Til forskjell fra Norsjøformelen ble det brukt en 7-parameterformel mellom ED50 og ED87 basert på beregnede punkter i Nord-Norge:

$$\begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix}_{\text{ED87}} = \begin{bmatrix} T_x \\ T_y \\ T_z \end{bmatrix} + (1 + D) \cdot \begin{bmatrix} 1 & -R_z & R_y \\ R_z & 1 & -R_x \\ -R_y & R_x & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix}_{\text{ED50}} \quad (6.21)$$

Tabell 6.8: Parametre ved transformasjon ED50-ED87 nord for 65°N før 1997

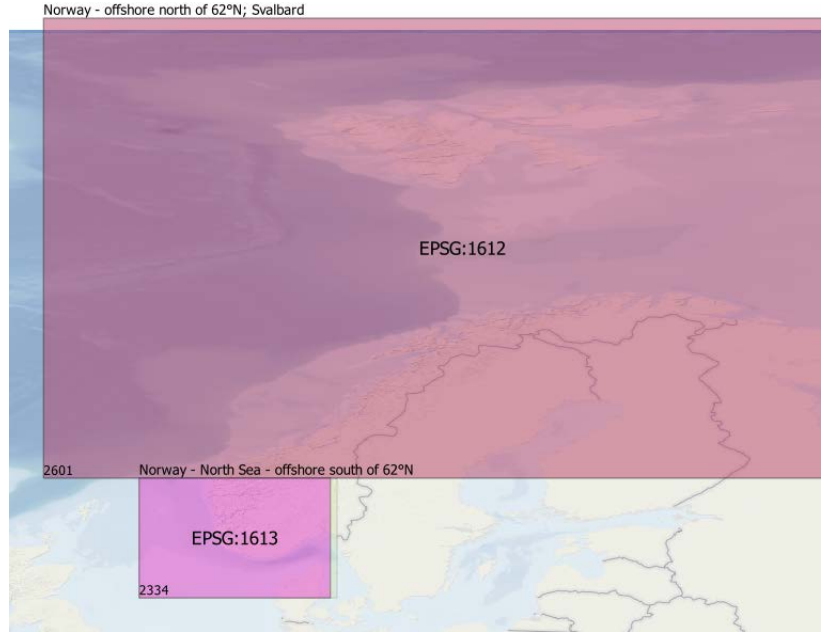
T_x (m)	T_y (m)	T_z (m)	D (ppm)	R_x (rad)	R_y (rad)	R_z (rad)
-1.51	-0.84	-3.50	0.609	$-1.893 \cdot 10^{-6}$	$-0.687 \cdot 10^{-6}$	$-2.764 \cdot 10^{-6}$

Det andre transformasjonstrinnet fra ED87 til WGS84 var det samme som i Nordsjøformelen (tabell 6.7 og likning 6.20).

6.3.3 Transformasjoner til sjøs etter 2001

I 2001 ble det gitt ut nye retningslinjer for transformasjoner i havområdene gjennom European Petroleum Survey Group sitt notat [EPSG \(2001\)](#). Man hadde da fått en del erfaring med bruk av transformasjonsrutinene som var gitt ut tidligere. Det viste seg at Nordsjøformelen sør for 62°N og overgangsformelen mellom 62°N og 65°N i liten grad var tatt i bruk. Notatet anbefaler fortsatt bruk av Nordsjøformelen, men spesifiserer også en 7-parameterformel direkte mellom ED50 og WGS84 som kan brukes ved lavere krav til nøyaktighet. Overgangsformelen mellom 62°N og 65°N blir tatt ut av anbefalingene, og i stedet anbefaler notatet å bruke samme transformasjonsformel for hele området fra 62°N og nordover. Etter 2001 blir derfor transformasjonsrutinene delt i to områder:

Transformasjon mellom ED50 og WGS84 sør for 62°N



Figur 6.3: Gyldighetsområder for transformasjonene EPSG:1612 og EPSG:1613 etter 2001.

Nordsjøformelen er fortsatt anbefalt og er det formelverket som brukes i SkTrans. I tillegg blir det gjort tilgjengelig en forenklet formel direkte mellom ED50 og WGS84 (likning 6.22) med parametrene i tabell 6.9.

$$\begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix}_{\text{EUREF89 (WGS84)}} = \begin{bmatrix} T_x \\ T_y \\ T_z \end{bmatrix} + (1 + D) \cdot \begin{bmatrix} 1 & -R_z & R_y \\ R_z & 1 & -R_x \\ -R_y & R_x & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix}_{\text{ED50}} \quad (6.22)$$

Tabell 6.9: Parametre i Helmert-transformasjon ved overgang fra ED50 til WGS84 sør for 62 °N, også kjent som EPSG:1613.

T_x (m)	T_y (m)	T_z (m)	D (ppm)	R_x (rad)	R_y (rad)	R_z (rad)
-90.365	-101.13	-123.384	1.994	$1.614 \cdot 10^{-6}$	$0.373 \cdot 10^{-6}$	$4.334 \cdot 10^{-6}$

Transformasjon mellom ED50 og WGS84 nord for 62°N:

Her anbefaler notatet EPSG (2001) en 7-parameter Helmert direkte mellom ED50 og WGS84. Formelen er som likning 6.22 med de parameterene som står i tabell 6.10.

Den forrige transformasjonen var basert på EUREF89/WGS84 koordinatene på de nordligste punktene i tabell 6.11. Transformasjonen etter 2001 er basert på EUREF89-koordinater beregnet i 1997 (tabell 6.12) på de samme punktene. Differansen mellom denne formelen og den tidligere to-trinns transformasjonen varierte fra 0.7 m ved 65°N til 0.05 m ved 72°N.

Ved å bruke EUREF89 blir det her implisitt satt likhetstegn mellom WGS84 og EUREF89. I virkeligheten er dette to forskjellige referanserammer, der EUREF89 er statisk og WGS84

Tabell 6.10: Parametre i Helmert-transformasjon ved overgang fra ED50 til WGS84 nord for 62°N, også kjent som EPSG:1612. (6.22)

T_x (m)	T_y (m)	T_z (m)	D (ppm)	R_x (rad)	R_y (rad)	R_z (rad)
-116.641	-56.931	-110.559	-3.520	$4.327 \cdot 10^{-6}$	$4.464 \cdot 10^{-6}$	$-4.444 \cdot 10^{-6}$

er dynamisk. Men nøyaktighetskravet er nærmere meter enn millimeter, og hensikten er felles retningslinjer, så en kan tillate seg en slik omtrentlig tilnærming.

Tabell 6.11: Koordinatliste WGS84-ED50 fra EUREF89-rapportene av 1993.

	EUREF89 ("WGS84")		Transformert ED50	
Punkt	Bredde	Lengde	Bredde	Lengde
VIGRA	62° 33' 13.15013"	06° 04' 38.07688"	62° 33' 14.5385"	06° 04' 44.2295"
DOMEN	70° 20' 01.26102"	31° 02' 03.82733"	70° 20' 00.7516"	31° 02' 07.0631"
VASSFJELL	63° 15' 43.72038"	10° 21' 22.89462"	63° 15' 44.8249"	10° 21' 28.4909"
SK.TÅRN	60° 08' 36.73549"	10° 14' 56.58498"	60° 08' 38.3586"	10° 15' 01.7039"
BODØ	67° 17' 01.68346"	14° 24' 12.65886"	67° 17' 02.0750"	14° 24' 18.2908"
EIGEBERG	58° 51' 03.12314"	05° 35' 08.14519"	59° 51' 05.1374"	50° 35' 13.6012"
TROMSØ	69° 39' 45.88531"	18° 56' 17.97106"	69° 39' 45.7476"	19° 56' 23.4421"

Tabell 6.12: EUREF89-koordinater i 1997-versjon

	EUREF89	
Punkt	Bredde	Lengde
VIGRA	62° 33' 13.14919"	06° 04' 38.07168"
DOMEN	70° 20' 01.26173779"	31° 02' 03.8280602"
VASSFJELL	63° 15' 43.72028577"	10° 21' 22.8897218"
SK.TÅRN	60° 08' 36.73528835"	10° 14' 56.5823095"
BODØ	67° 17' 01.68334038"	14° 24' 12.6533459"
EIGEBERG	58° 51' 03.12180505"	05° 35' 08.1401817"
TROMSØ	69° 39' 44.50242946"	18° 56' 25.2892971"

Ved å endre anbefalingene i 2001 gjeninnførte man den diskontinuiteten ved 62°N som den tidligere løsningen søkte å unngå. Dette ble gjort i samråd med oljebransjen, og hovedargumentet var å forenkle løsningen. Diskontinuiteten varierer mellom 2.5 og 4 meter og kan skape problemer dersom prosjekter eller datasett krysser grensen. I slike tilfeller må man velge den transformasjonen som dekker den største delen av prosjektet.

Kapittel 7

Modernisering av transformasjonsbiblioteket

Kartverket har i perioden 2019-2022 jobbet med å modernisere transformasjonsbiblioteket. Det er vedtatt at alle norske transformasjoner og referanserammer skal inkluderes i det åpne biblioteket *Proj*. I praksis betyr dette at våre transformasjoner skal bygge på teknologien i *Proj* ([Proj Contributors \(2021\)](#)). Transformasjoner som involverer norske referanserammer må implementeres i biblioteket, mens konverteringer av koordinater, som er ren matematikk, er allerede tilgjengelig. *Proj-systemet* baserer seg på EPSG-koder og ingen transformasjoner godkjennes før referanserammen eller referanseflaten er registrert i EPSG. Mange store aktører bruker *Proj* i sine systemer, blant annet kartsystemet *QGIS*, databaseplattformen *PostGIS* og programmeringsspråket Python (*pyproj*).

Fordelen ved å velge *Proj* er at alle transformasjoner blir standardiserte og administreres fra en og samme plattform. Felles rutiner blir tilgjengelig for alle og det legges til rette for konsistens mellom datasett fra ulike datakilder.

7.1 Proj

Dette kapittelet oppsummerer arbeidet som Kartverket har gjort for å innføre norske transformasjoner i *Proj*.

Proj er en del av Open Source-projektet *OSGeo Project*. Koden i *Proj* er hovedsaklig basert på C++ og kan installeres og kompiles på *Windows*, *Linux* og *Mac*.

7.1.1 Proj som kommando

Proj kan i sin enkleste form kjøres som kommandoer fra konsoll. Kommandoene som er tilgjengelige i *Proj* kan blant annet transformere koordinater utfra EPSG-koder, men også utfra egendefinerte transformasjonsløyper. Ved sistenevnte tilfelle kan *Proj* konfigureres til ei transformasjonsløype (*pipeline*) bestående av flere transformasjonssteg.

I dette eksempelet er *Proj* satt opp til å transformere ved å bruke EPSG-koder på fra- og til-koordinatsystemene med *proj*-kommandoen *cs2cs*. Eksempelet transformerer ellipsoidiske høyder i EUREF89 til NN2000-høyder. Posisjonen angis i geografisk EUREF89-koordinat:

```
>cs2cs -d 6 --3d EPSG:4937 EPSG:5942
60.3 11.6 122.5
60.300000      11.600000 85.695000
```

Tilsvarende transformasjon kan settes opp som en transformasjonsløype med *pipeline* i proj-kommandoen *cct*:

```
>cct +proj=pipeline
+step +proj=axisswap +order=2,1
+step +proj=unitconvert +xy_in=deg +xy_out=rad
+step +inv +proj=vgridshift +grids=no_kv_HREF2018B_NN2000_EUREF89.tif
+multiplier=1
+step +proj=unitconvert +xy_in=rad +xy_out=deg
+step +proj=axisswap +order=2,1
60.3 11.6 122.5
60.3000000000 11.6000000000 85.6950
```

Ved transformasjon med EPSG-koder vil Proj hente parameterne som kodene representerer fra *SQLite*-databasen *proj.db*. *proj.db* er alltid kompatibel med EPSG-registeret og lastes ned under installasjon.

Transformasjoner i Proj kan være avhengig av tilgang på bestemte *ressursfiler* - filer som inneholder nødvendig informasjon for at transformasjonen er mulig, for eksempel grid-modeller for intraplatebevegelser. Ressursfilene ligger tilgjengelig på Proj sin nettside (([Proj Contributors, 2021](#))), men også fra CDN-tjenesten <https://cdn.proj.org/> ([OSGeo, 2022](#)).

Proj-kommando for nedlasting av ressursfiler fra CDN-tjenesten:

```
>projsync --all
```

Denne kommandoen vil laste ned alle tilgjengelige ressursfiler til lokal maskin.

C-/C++-API

Proj har også et rikt og omfattende API for programmering i C og C++. API'et er veldokumentert og er blant annet brukt som kjerne i bibliotekene *pyproj* (Python) og *proj4j* (Java). I appendiks [D](#) vises et eksempel på bruk av API'et.

7.2 EUREF89-NGO1948

Metoden i Sktrans for transformasjon mellom EUREF89 og NGO1948 og som er beskrevet i avsnitt [6.1](#), lar seg vanskelig innføre i Proj. I stedet er det valgt en metode som baserer seg på en triangelmodell. Metoden er beskrevet i avsnitt [7.2.1](#).

7.2.1 EUREF89-NGO1948 som triangelmodell

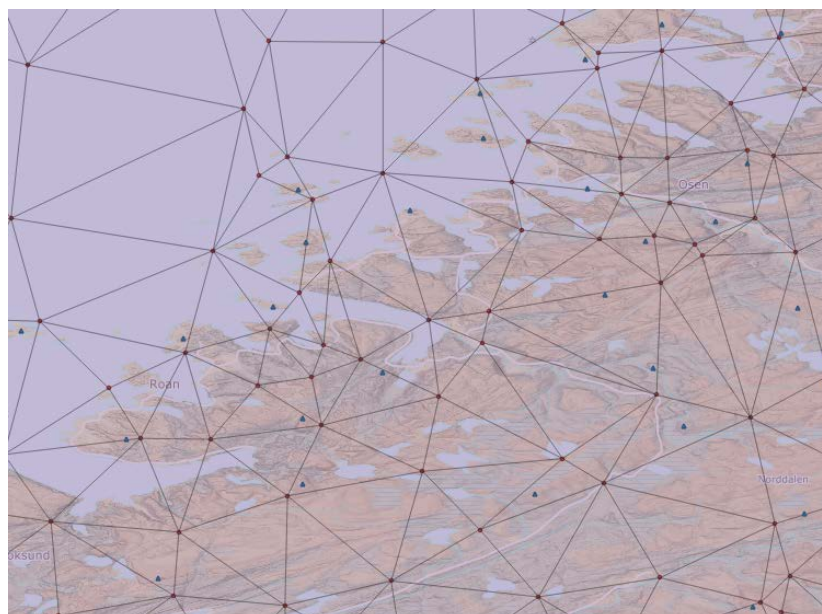
Transformasjonen i Proj er basert på en punktsky av fellespunkter i EUREF89 og NGO48. Punktskyen er igjen strukturert i en TIN-modell. Posisjonen til punktene i EUREF89 er tilfeldig generert ved hjelp av rutina *Tilfeldig punkt i lagutstrekning* i QGIS. De genererte punktene er transformert fra EUREF89 til NGO1948 med landsformelen i SkTrans. Differansen mellom gitte og transformerte NGO48-koordinater danner så nodene i TIN-modellen. Triangulering av

trekantene er gjort med Delaunay og lagret på et JSON-format spesifikt for Proj. Punkttettheten varierer for ulike områder, avhengig av nøyaktigheten til de opprinnelige fellespunktene i SkTrans transformasjonsbibliotek.

I grenseområdene for Møre, Grenland og Kragerø, må punkttettheten være betydelig høyere enn i resterende områder. Det kommer av at NGO1948 hadde store gap og diskontinuiteter mot tilgrensede områder. For eksempel kan gapet mellom Sunnmøre og Nordfjord være oppmot 2.5 m i grenseområdene. For å fange opp diskontinuiteten har det blitt gjort en manuell fortetting av fellespunkter langs grensene. I tillegg er det lagt til punkter på hver side av knekkpunktene til grensene, jmf. figur 7.1.



Figur 7.1: Danning av triangler ved grense mellom to områder.



Figur 7.2: *Triangler med autogenerated fellespunkt (røde punkter). Originale fellespunkter vises som blå punkter.*

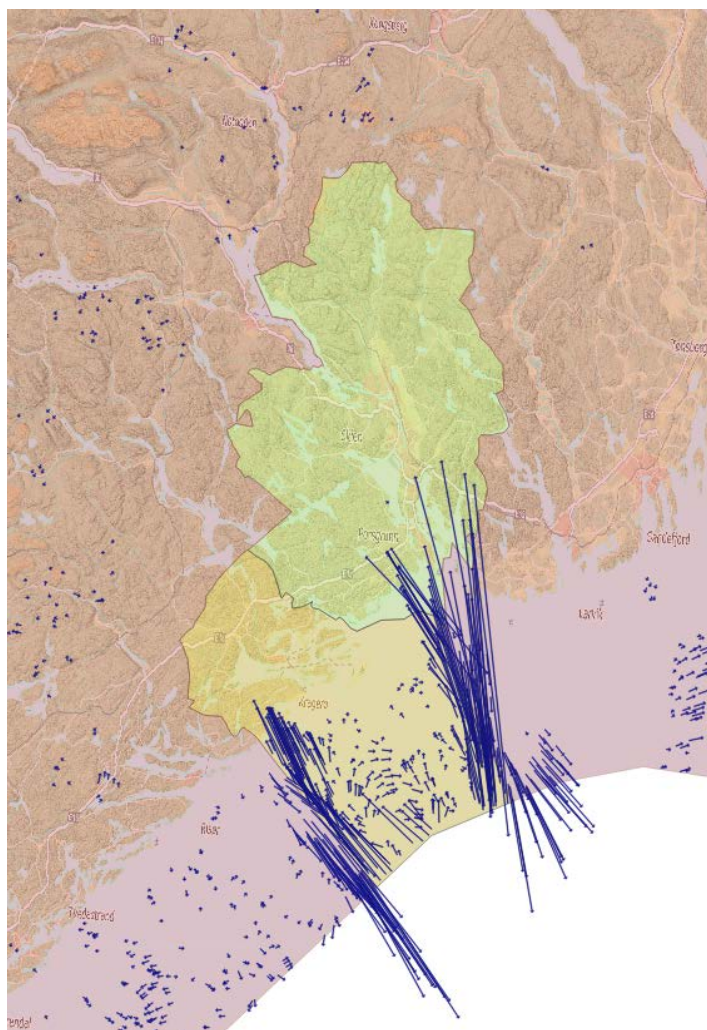
7.2.2 Nøyaktighet translasjoner på TIN-modell

Nøyaktigheten på den nye transformasjonen er testet ved datasett på 300.000 punkter som er tilfeldig fordelt innenfor områdene 1-4 (tabell 6.1). Punktsettet ble transformert fra EU-REF89 til NGO48 både i SkTrans og Proj, og det ble beregnet differanser mellom de to transformasjonsmetodene.

Tabell 7.1: *Kumulativt histogram - feil i transformasjon med TIN-modell*

Nøyaktighet	Andel av punktene
> 0.1 m	2.0 %
> 0.3 m	0.26 %
> 1.0 m	0.04 %

De største differansene finner man i enkelte havområder og langs det kjente gapene på Sunnmøre, Grenland og Kragerø.



Figur 7.3: Feilvektorer ved transformasjon fra EU-REF89 til NGO48 i Grenlandsområdet og Kragerø. Feilvektorer < 0.03 m er filtret ut.

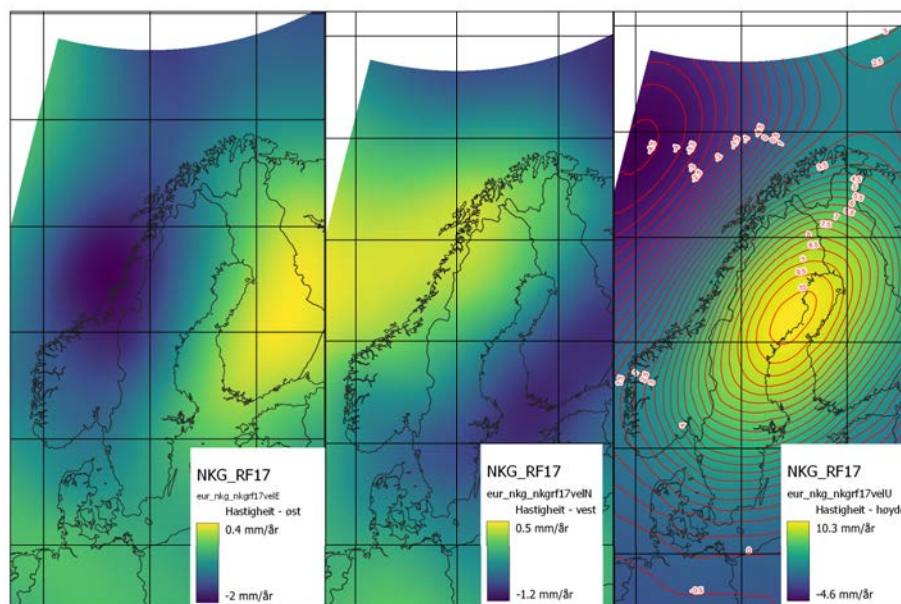
7.3 ITRF2014-EUREF89

Transformasjonen mellom ITRF14 og EUREF89 i Norge bygger på arbeid utført i regi av NKG. NKG har i den forbindelse publisert en hastighetsmodell *nkgrf17vel* som dekker hele NKG-området (Danmark, Sverige, Island, Finland, Estland, Latvia og Litauen). I prosjektet *NKG2020* har NKG utviklet tilpassede ITRF2014-ETRS89-transformasjoner for samtlige deltakerland. Den norske transformasjonen kalles *ITRF2014 – ETRS89(NO)*. *Proj* har også støtte for transformasjon fra *ETRS89(NO)* til henholdsvis *ITRF2000*, *ITRF2005* og *ITRF2008*. Men disse transformasjonene går primært via *ITRF2000 – ETRS89(NO)* der den foreldede bevegelsesmodellen *NKG_RF03vel_realigned* er grunnlag for intraplate-bevegelsen. Kartverket har hittil aldri evaluert kvaliteten på *ITRF2000 – ETRS89(NO)*-transformasjonen.

7.3.1 NKG_RF17vel

Hastighetsmodellen *NKG_RF17vel* er i horisontalplanet basert på tidsserier fra permanente GNSS-stasjoner og GIA-modellen *NKG2016GIA_prel0907*. I høyde er verdiene hentet fra

landhevningssmodellen NKG2016LU_abs, se (Vestøl, 2019). Norge har bidratt med GNSS-observasjoner fra 35 stasjoner i det norske PGS-nettverket. I utgangspunktet refererer tids-seriene og landhevningssmodellen til ulike ITRF-rammer, men de er innpasset til ETRF2000. Rutenettet består av hastigheter i nord, øst og høyde, og hastighetene kan best finnes ved bilinear interpolasjon med bredde- og lengdekoordinat som input. Hastigheter fra interpolasjonen er benevnt $\dot{n}$, $\dot{e}$ og $\dot{u}$ i likning (7.2). Hastighetene som uttrykkes i NKG_RF17vel er intraplatebevegelse i retning nord, øst og opp. Resultater fra arbeidet med NKG_RF17vel er dokumentert i (Häkli P., 2019).



Figur 7.4: Fargekart som viser intraplatebevegelsen i modellen nkgrf17vel i øst, nord og vertikal retning, uttrykt i ETRF2000.

7.3.2 Original NKG2020 transformasjon

I prosjektet NKG2020 ble det utviklet transformasjonsrutiner mellom ITRF2014 og de nasjonale realiseringene av ETRS89 i NKG-landene. I Norge kalles denne realiseringen EUREF89 og tilsvarer ETRF1993 i EUREF sin terminologi, se avsnitt 4.3.1. Utviklinga er for Norges del basert på de nevnte 35 stasjonene som Kartverket har bidratt med tidsserier fra. Input i beregninga er geosentriske koordinater i ITRF2014 fra observasjonstidspunktet $t_c = 2020.0$ samt EUREF89-koordinater fra PGS-nettverket. Presentasjonen Häkli (2020) oppsummerer arbeidet med transformasjonene i NKG2020.

Før beregning av transformasjonsparametre i steg 3 nedenfor, transformeres ITRF2014-koordinatene til ETRF2014 i steg 1 og korrigeres videre for intraplatedeformasjon i steg 2. Hvert steg er beskrevet nedenfor:

1. **ITRF2014@ $t_c \rightarrow$ ETRF2014@ t_c :**

Transformasjon mellom ITRF2014 og ETRF2014 betyr tilbakeføring i tid fra observasjonstidspunktet til 1989.0 ved bruk av offisielle rotasjonsparametre for det eurasiske

kontinent.

$$\begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix}_{\text{ETRF2014}_{t_c}} = \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix}_{\text{ITRF2014}_{t_c}} + (t_c - 1989.0) \cdot \begin{bmatrix} 0 & -\dot{R}_z & \dot{R}_y \\ \dot{R}_z & 0 & -\dot{R}_x \\ -\dot{R}_y & \dot{R}_x & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix}_{\text{ITRF2014}_{t_c}} \quad (7.1)$$

Tabell 7.2: Drift av det eurasiske kontinent, uttrykt som rotasjoner om tre akser

$\dot{R}_x$ (mas/år)	$\dot{R}_y$ (mas/år)	$\dot{R}_z$ (mas/år)
0.085	0.531	-0.77

Verdiene til rotasjonene $\dot{R}_x$, $\dot{R}_y$ og $\dot{R}_z$ er vist i tabell 7.2.

2. ETRF2014@ $t_c \rightarrow$ ETRF2014@2000.0:

I dette steget korrigeres ETRF2014-koordinaten for intraplatedeformasjon fra observasjonstidspunkt t_c til år 2000.0, som er referansetidspunkt for transformasjonsparameterne i neste trinn. Først omgjøres intraplatehastighetene fra et toposentrisk til et geosentrisk koordinatsystem. R er samme rotasjonsmatrise som definert i likning 6.17:

$$\begin{bmatrix} \dot{x} \\ \dot{y} \\ \dot{z} \end{bmatrix}_{\text{NKG_RF17vel}} = R \begin{bmatrix} \dot{n} \\ \dot{e} \\ \dot{u} \end{bmatrix}_{\text{NKG_RF17vel}} \quad (7.2)$$

$$\begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix}_{\text{ETRF2014}_{2000.0}} = \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix}_{\text{ETRF2014}_{t_c}} + (2000.0 - t_c) \cdot \begin{bmatrix} \dot{x} \\ \dot{y} \\ \dot{z} \end{bmatrix}_{\text{NKG_RF17vel}} \quad (7.3)$$

3. ETRF2014@2000.0 $\rightarrow$ ETRF1993@2000.0:

Ved bruk av de nevnte 35 fellespunktene som er kjent både i ETRF2014@2000.0 og i EUREF89 beregnes transformasjonsparametre ved utjevning etter minste kvadraters metode. Før EUREF89 koordinatene kan benyttes, må de henføres til år 2000, slik at begge koordinat-settene refererer til samme tid. Til det brukes likning 7.5 motsatt veg, fra 1995 til 2000.

I tabell 7.3 vises resultatet fra beregninga.

$$\begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix}_{\text{ETRF1993}_{2000.0}} = \begin{bmatrix} T_x \\ T_y \\ T_z \end{bmatrix} + (1 + D) \cdot \begin{bmatrix} 1 & -R_z & R_y \\ R_z & 1 & -R_x \\ -R_y & R_x & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix}_{\text{ETRF2014}_{2000.0}} \quad (7.4)$$

Tabell 7.3: Helmerttransformasjon fra ETRF2014@2000.0 til ETRF1993@2000.0, som ble forkastet i den norske løsningen.

T_x (mm)	T_y (mm)	T_z (mm)	D (ppb)	R_x (mas)	R_y (mas)	R_z (mas)
-51.72	137.47	-16.48	2.583	2.68452	3.29165	-1.16569

4. ETRF1993@2000.0 $\rightarrow$ ETRF1993@1995.0(EUREF89):

I det siste steget endres epoken til 1995.0, som er referanseepoken for intraplatekorreksjon i EUREF89, se avsnitt 4.3.1.

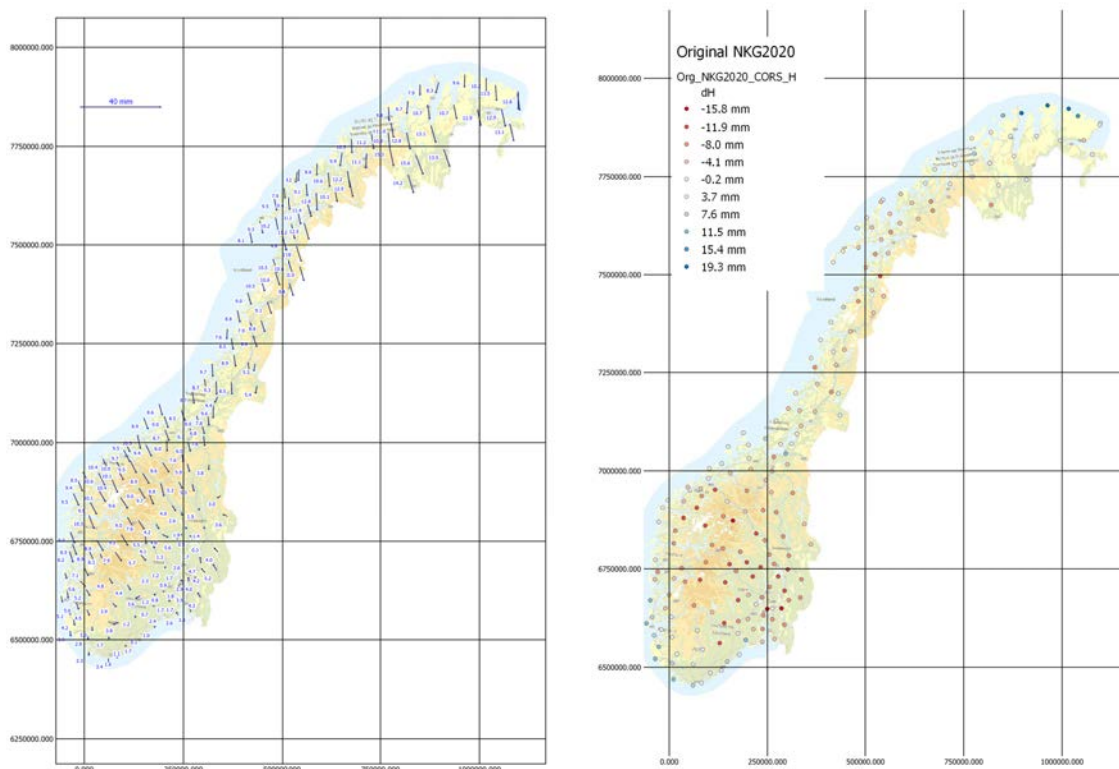
$$\begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix}_{\text{ETRF1993}_{1995.0}} = \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix}_{\text{ETRF1993}_{2000.0}} + (1995.0 - 2000.0) \cdot \begin{bmatrix} \dot{x} \\ \dot{y} \\ \dot{z} \end{bmatrix}_{\text{NKG_RF17vel}} \quad (7.5)$$

$\dot{x}$, $\dot{y}$ og $\dot{z}$ er de samme hastighetene som i likning 7.3

Nøyaktigheten på transformasjonen er testet ved å sammenligne beregnede ITRF-koordinatene i 189 PGS-stasjoner med offisiell EUREF89-verdier. Se tabell 7.4.

Tabell 7.4: Statistikk original NKG2020-transformasjon.

	E (mm)	N (mm)	H (mm)
St.avvik	2.0	4.6	6.7
Gj.snitt	1.5	-6.2	-0.4
Maks.	5.6	4.7	23.2
Min.	-3.4	-15.0	-15.8
RMS	2.5	7.7	6.7



Figur 7.5: Differansen mellom gitte og transformerte EUREF89-koordinater på PGS-nettet.

Figur 7.5 viser horisontale avvik opp mot 15 mm mellom transformerte og gitte EUREF89-koordinater. Avvikene er minst i det sentrale østlandsområdet og størst i Troms og Finnmark. I høyde er det også en viss systematikk på avvikene. For eksempel er det gjennomgående positive avvik i Agder/Rogaland og motsatt i østlandsområdet.

7.3.3 Modifisert NKG2020 transformasjon

Som vist i forrige kapittel har den originale NKG2020-transformasjonen klare systematiske avvik og er ikke like nøyaktig i alle fylker/regioner. Estimeringen av transformasjonsparameterne er basert på bare 35 PGS-stasjoner som er ujevnt fordelt. Denne ujevne fordelinga og det lave antallet med fellespunkt kan forklare noe av avvikene. For eksempel kan en i figur (7.5) se en feil i målestokksparmeteren. De offisielle EUREF89-koordinatene som det kontrolleres mot er transformerte fra IGB08 med andre modeller for intraplatebevegelser enn det som brukes i NKG2020-transformasjonene. Dette kan være en annen kilde til systematiske avvik.

For å bedre tilpasse transformasjon mellom ITRF2014 og EUREF89, har Kartverket modifisert transformasjon i steg (3) ved at transformasjonsparameterne er beregnet ved minste kvadraters kollokasjon, der signaler bestemmes sammen med transformasjonsparameterne. Ut fra de nye transformasjonsparameterne og signalene lages et korreksjonsgrid som benyttes i stedet for de opprinnelige transformasjonsparameterne i steg (3). Antall fellespunkter er samtidig økt fra 35 til 189. Vi får da:

1. En systematisk del, også kalt trend, som består av ukjente elementer i en 7-parameter Helmert-transformasjon
2. En stokastisk eller tilfeldig del i form av signaler som fanger opp deformasjoner med en viss romlig variasjon. Signalene utgjør korreksjoner som må påføres etter Helmert-transformasjonen.

Tabell 7.5: Nye verdier for Helmert-transformasjonen fra ETRF2014@2000.0 til ETRS93@2000.0

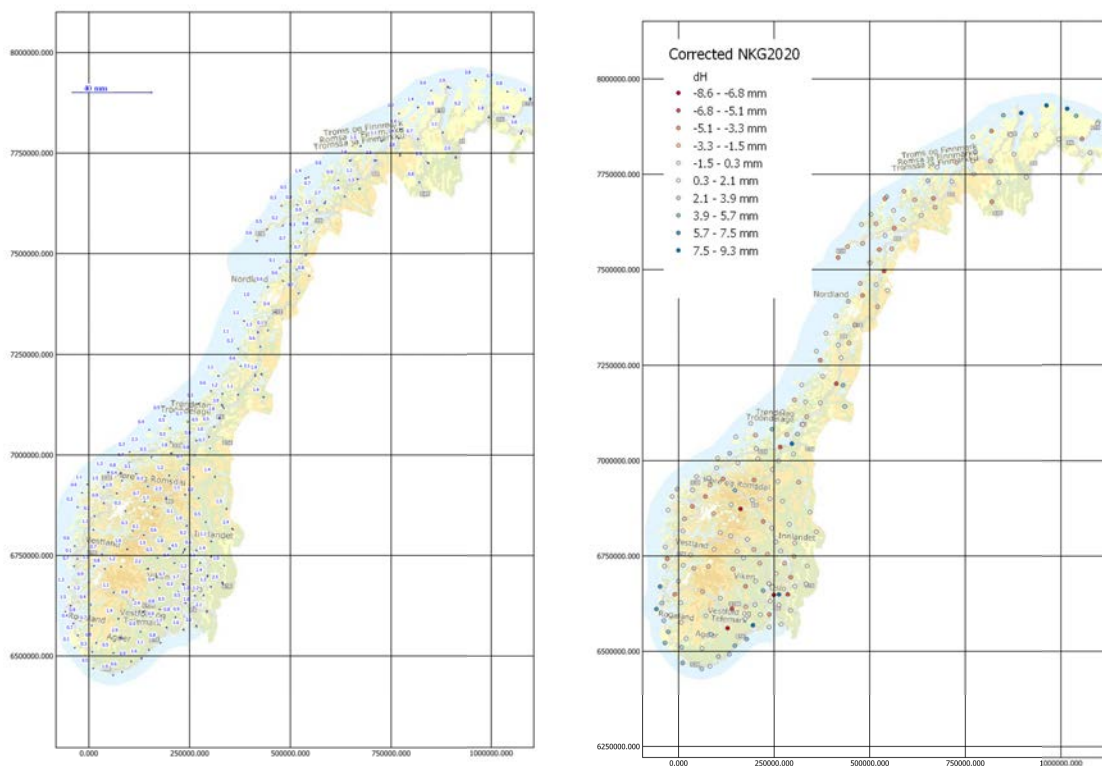
T_x (mm)	T_y (mm)	T_z (mm)	D (ppb)	R_x (mas)	R_y (mas)	R_z (mas)
-99.36	55.28	2.08	0.0045427	0.0000792	0.0049683	-0.0004014

Formelverket for den modifiserte transformasjonen ETRF2014@2000.0 $\rightarrow$ ETRF1993@2000.0 er beskrevet i vedlegg C.

Ved å utføre samme kontroll som i avsnitt 7.3.2 kan vi beregne ny statistikk over residualene. Disse er oppsummert i tabell 7.6 og figur 7.6 og kan sammenliknes med tabell 7.5 og figur 7.5 som gjelder for den originale NKG2020:

Tabell 7.6: Statistikk modifisert NKG2020-transformasjon med korreksjonsgrid.

	E (mm)	N (mm)	H (mm)
St.avvik	0.8	1.0	3.1
Gj.snitt	-0.1	-0.1	-0.2
Maks.	2.1	4.0	9.3
Min.	-2.9	-3.3	-8.6
RMS	0.8	1.0	3.1



Figur 7.6: Differansen mellom gitte og transformerte EUREF89-koordinater på PGS-nettet med bruk av korreksjonsgrid.

Denne nye transformasjonsformelen gir mye mindre avvik i kontrollpunktene enn den originale NKG2000 transformasjonen beskrevet i avsnitt 7.3.2.

Transformasjonen er publisert og tilgjengeliggjort i transformasjonsbiblioteket [Proj](#). Transformasjonen er avhengig av tilgang på ressursfiler, deriblant bevegelsesmodellen NKG_RF17vel og korreksjonsgriddet omtalt ovenfor. Ressursfiler ligger åpent tilgjengelig for nedlasting på skytjenesten [PROJ.org Datumgrid CDN](#).

7.3.4 Eksempel transformasjon fra ITRF14 til EUREF89

For å demonstrere NKG2020-transformasjonen har vi tatt 3 punkter gjennom transformasjonen med utlisting av koordinatene suksessivt ved hvert transformasjonssteg. De valgte punktene er PGS-stasjoner, henholdsvis stasjonene OSLS (Oslo), STAS (Stavanger) og TRO1

(Tromsø).

Tabell 7.7: *ITRF2014-koordinater med tidspunkt $t_c = 2020.0$*

Punkt	X (m)	Y (m)	Z (m)	Tidspunkt
OSLS	3169981.6677	579956.9722	5485936.8535	2020.0
STAS	3275753.4135	321111.2481	5445042.2134	2020.0
TRO1	2102928.2185	721619.6018	5958196.3781	2020.0

1. **ITRF2014@ t_c $\rightarrow$ ETRF2014@ t_c :**

I det første steget transformeres testpunktene til ETRF2014 med tilbakeføring av observasjonstidspunktet $t_c = 2020.0$ til 1989.0 i henhold til likning 7.1.

Tabell 7.8: *ETRF2014-koordinater justert for kontinentaldrift*

Punkt	X (m)	Y (m)	Z (m)
OSLS	3169982.1726	579956.5353	5485936.6080
STAS	3275753.8852	321110.7994	5445041.9561
TRO1	2102928.7775	721619.2823	5958196.2195

2. **ETRF2014@ t_c $\rightarrow$ ETRF2014@2000.0:**

I dette steget korrigeres ETRF2014-koordinaten for intraplatedeformasjon fra observasjonstidspunktet t_c til år 2000.0 jamfør likning 7.2. Intraplatehastighetene interpoleres fra NKG_RF17vel.

Tabell 7.9: *Intraplatehastigheter fra NKG_RF17vel-modellen*

Punkt	$\dot{e}$ (mm/år)	$\dot{n}$ (mm/år)	$\dot{u}$ (mm/år)
OSLS	-0.9328	-0.4718	4.6141
STAS	-0.6967	-0.3012	1.5568
TRO1	-0.9023	0.3247	2.8744

Intraplatehastighetene multipliseres så med rotasjonsmatrisa R jamfør likning 7.2.

Tabell 7.10: *Kartesiske intraplatehastigheter*

Punkt	$\dot{x}$ (mm/år)	$\dot{y}$ (mm/år)	$\dot{z}$ (mm/år)
OSLS	2.8562	-0.4257	3.7475
STAS	1.1225	-0.5900	1.1797
TRO1	0.9498	-0.6280	2.8081

De kartesiske intraplatehastighetene multipliseres så med $(2000.0 - t_c)$. Dette er intraplatekorreksjonen sitt bidrag ved tilbakeføring av posisjonen til referensetidspunkt $t_0 = 2000.0$. Bidraget legges til posisjoner i tabell 7.8.

Tabell 7.11: *ETRF2014-koordinater justert for intraplatebevegelser*

Punkt	X (m)	Y (m)	Z (m)
OSLS	3169982.1155	579956.5438	5485936.5330
STAS	3275753.8628	321110.8112	5445041.9325
TRO1	2102928.7585	721619.2948	5958196.1633

3. ETRF2014@2000.0 → ETRF1993@2000.0:

I dette steget korrigeres posisjonen med translasjoner som er interpolert fra et kartesisk korreksjonsgrid. Metodikken for å generere korreksjonsgrid, samt utførelsen av dette transformasjonssteget, er beskrevet i avsnitt [7.3.3](#).

Tabell 7.12: *ETRF1993-koordinater justert for korreksjoner ved overgang fra ETRF2014*

Punkt	X (m)	Y (m)	Z (m)
OSLS	3169982.1598	579956.5913	5485936.4844
STAS	3275753.9150	321110.8596	5445041.8876
TRO1	2102928.8159	721619.3449	5958196.1395

4. ETRF1993@2000.0 → ETRF1993@1995.0(EUREF89):

Til sist endres referansetidspunktet til 1995.0 fra 2000.0. Dette er i praksis en intraplatekorreksjon på -5.0 år, jamfør likning [7.5](#). Hastighetskomponentene som brukes i transformasjon vil være tilnærmet like verdiene i tabell [7.9](#) og [7.10](#).

Tabell 7.13: *ETRF1993@1995.0(EUREF89)-koordinater etter transformasjon med steg 4.*

Punkt	X (m)	Y (m)	Z (m)
OSLS	3169982.1455	579956.5934	5485936.4657
STAS	3275753.9094	321110.8626	5445041.8817
TRO1	2102928.8112	721619.3480	5958196.1255

5. Sammenligning transformerte koordinater i ETRF1993@1995.0 mot offisielle EUREF89-koordinater:

Posisjonene på PGS-stasjonene er offisielt gitt i EUREF89. Disse posisjonene blir også brukt som underlag i CPOS-tjenesten.

Tabell 7.14: *Offisielle EUREF89-koordinater på testpunktene.*

Punkt	X (m)	Y (m)	Z (m)
OSLS	3169982.1455	579956.5936	5485936.4647
STAS	3275753.9113	321110.8628	5445041.8840
TRO1	2102928.8138	721619.3466	5958196.1284

Tabell 7.15: *Differanse offisielle og transformerte EUREF89-koordinater.*

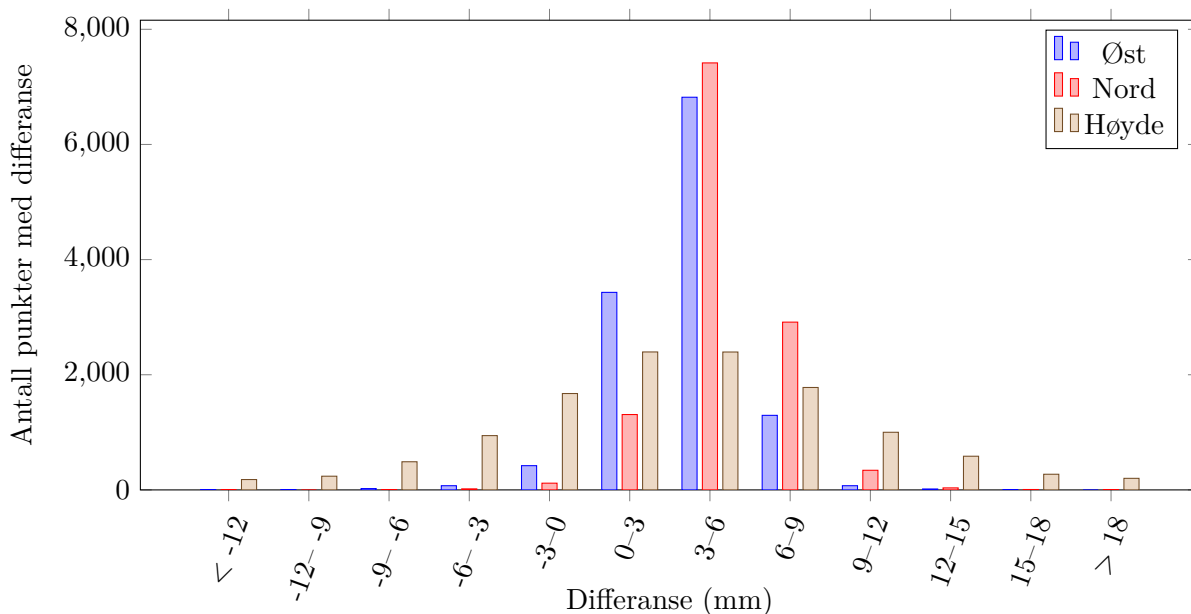
Punkt	dX (m)	dY (m)	dZ (m)
OSLS	0.0000	0.0002	-0.0010
STAS	0.0019	0.0002	0.0023
TRO1	0.0026	-0.0014	0.0029

7.3.5 Tilpasning av NKG2020 til landsnettet

Ved kampanjen som er beskrevet avsnitt 4.3.3 og 4.6 ble det beregnet nye EUREF89-koordinater på Landsnettet. I etterkant har Kartverket også en koordinatløsning basert på data fra de permanente stasjonene gitt i 2019 og 2020 i referanseramma IGS14 med referansetidspunkt 1. januar 2020, se avsnitt 4.3.3. Med utgangspunkt i denne IGS14(ITRF2014)-løsningen, ble alle landsnettpunktene transformert med NKG2020 til EUREF89. En sammenlikning mellom transformerte og nyberegna EUREF89-koordinater på Landsnettet vil si noe om kvaliteten både på nyberegninga av Landsnettet og på NKG2020-transformasjonen. Avvikene vil også være en indikasjon på homogeniteten mellom aktiv og passiv referanseramme.

Tabell 7.16: *Statistikk over differanser mellom transformerte og beregna koordinater*

	Maks (mm)	Min (mm)	Snitt (mm)	St.av. (mm)	RMS (mm)
Øst	13.7	-27.7	0.7	2.2	2.3
Nord	22.9	-28.5	2.0	2.1	2.9
Høyde	56.5	-76.0	0.2	6.9	6.9



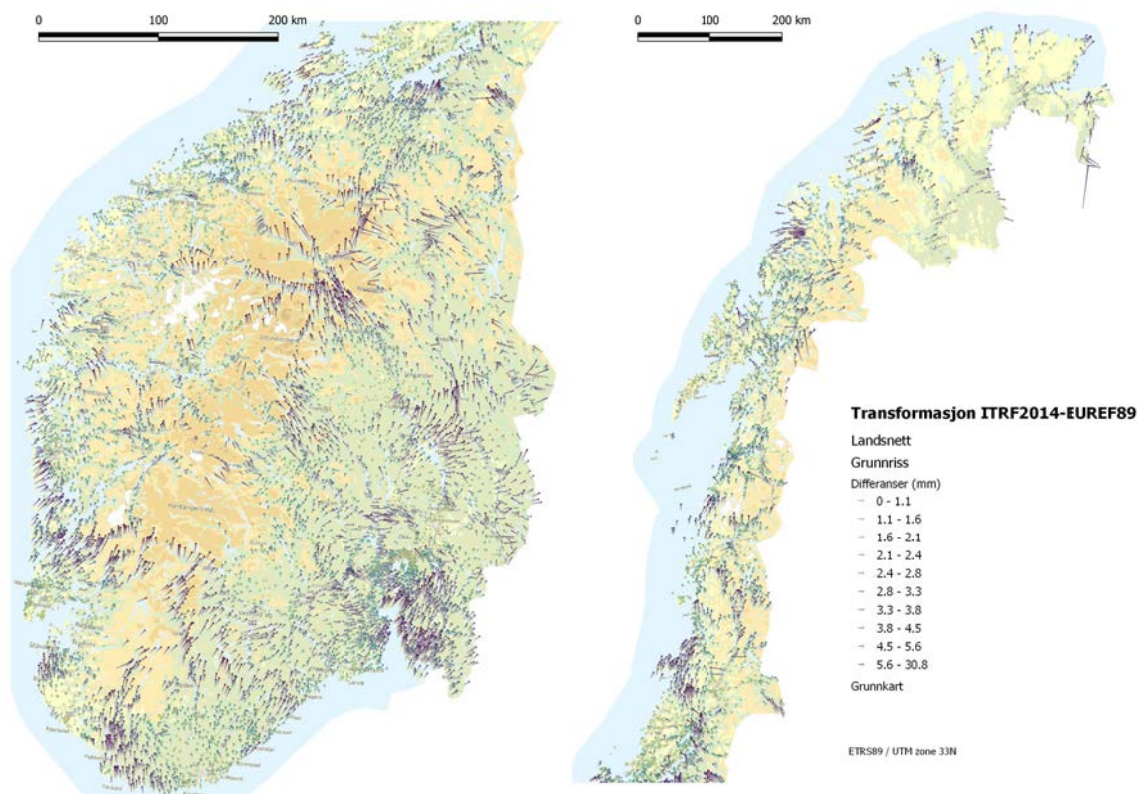
Figur 7.7: *Differanser i nord, øst og høyde mellom transformerte og beregna landsnettpunkter representert som histogram.*

Histogrammet i figur 7.7 og tabell 7.16 viser relativt godt samsvar mellom transformerte

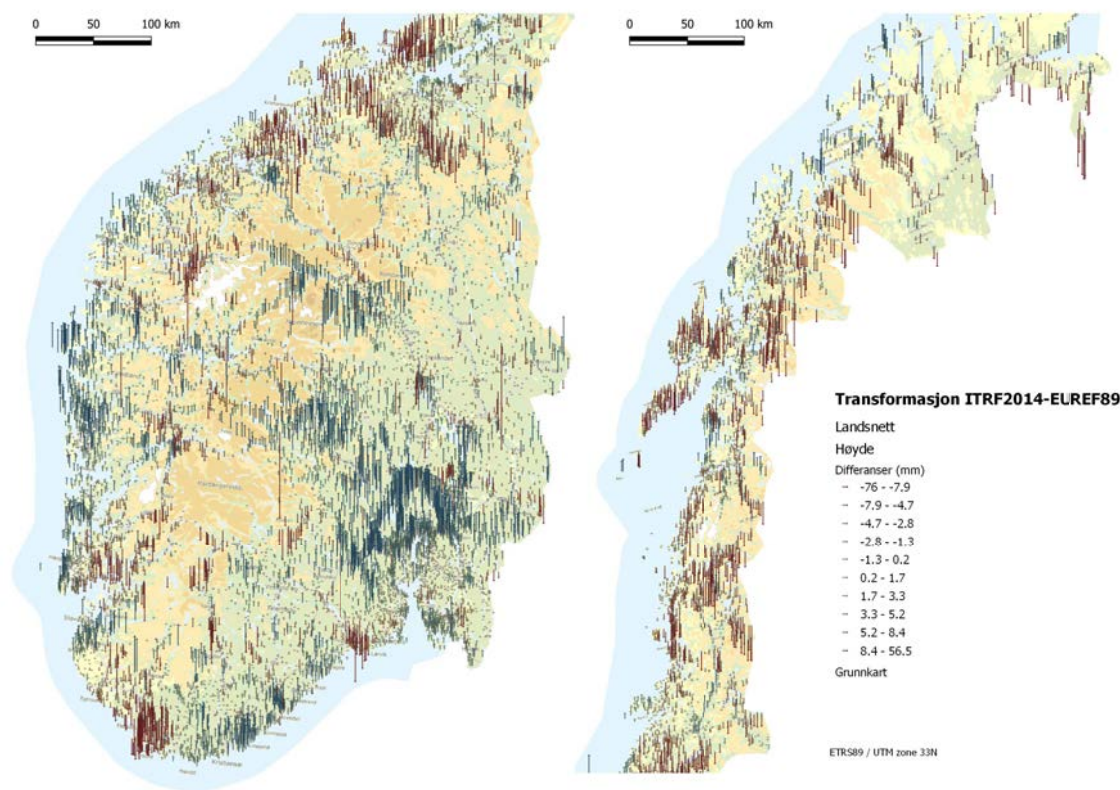
og gitte koordinater. De største avvikene er i nord med et gjennomsnittlig avviket på 2.0 mm. Forøvrig varierer differansen mellom transformerte og gitte koordinater i fylker og regioner. For eksempel er de det største avviket i høyde -76.0 mm, -28.5 mm i nord og -27.7 mm i øst mellom transformerte og beregna landspunkter.

Årsaken til variasjonene kan ha flere forklaringer:

1. Utjevningen av de gitte koordinatene er utført fylkesvis. Dette kan gi diskontinuiteter langs fylkesgrensene.
2. Vektorene som er benyttet i utjevningen er samlet inn i en periode på flere år.
3. Vektorene er samlet inn med ulike typer GNSS-mottakere og antenner. Innsamlingen er utført av eksterne operatører.
4. IGS08-løsningen av PGS- og kampanjepunktene er transformert med SkTrans, mens transformasjonen av landsnettpunktene er utført med NKG2020-transformasjonen i Proj.



Figur 7.8: Differanser mellom transformerte og gitte EUREF89-koordinater på Landsnettet i grunnriss. Transformerte koordinater er transformert fra IGS14(ITRF2014)-løsningen med NKG2020-transformasjonen.



Figur 7.9: Differanser mellom transformerte og gitte EUREF89-koordinater på Landsnettet i høyde. Transformerte koordinater er transformert fra IGS14(ITRF2014)-løsningen med NKG2020-transformasjonen.

Kapittel 8

Tilgjengelige tjenester

8.1 Transformasjonstjeneste på OpenAPI

Kartverket har laget en tjeneste for transformasjon basert OpenAPI-spesifikasjonen, en standard for å spesifisere skjemaer for API'er ([OpenAPI Initiative \(2022\)](#)). API'et er fritt tilgjengelig og godt egnet for transformasjon av mindre datasett. Ved å bruke API'et kreves ingen lokal installasjon ettersom API'et kjøres på Kartverkets servere eller i skyen. Proj ligger i kjernen i API'et.

API'et er lagt opp til at man kan transformere mellom koordinatsystemer eller referanserammer, og da benyttes EPSG-koder som parametre for å definere koordinatsystemene det skal transformeres fra og til.

Kartverkets transformasjons-API: ([Kartverket, 2023b](#))

8.2 Transformasjonstjeneste på Kartverkets nettside

Kartverket har også en transformasjonstjeneste tilgjengelig på Kartverkets nettside. Denne tjenesten bygger på transformasjon-API'et.

Kartverkets transformasjonstjeneste: ([Kartverket, 2023c](#))

8.3 Verktøy

8.3.1 Beregning av transformasjoner

Kartverket har laget et kommandobasert program for å generere og klargjøre transformasjoner for Proj. Programmet kalles Geokassa og er utviklet i rammeverket *.NET Core* fra Microsoft og kan kompileres og kjøres i operativsystemene *Linux*, *Microsoft* og *macOS*. Bruk av geokassa er kort beskrevet i [E](#).

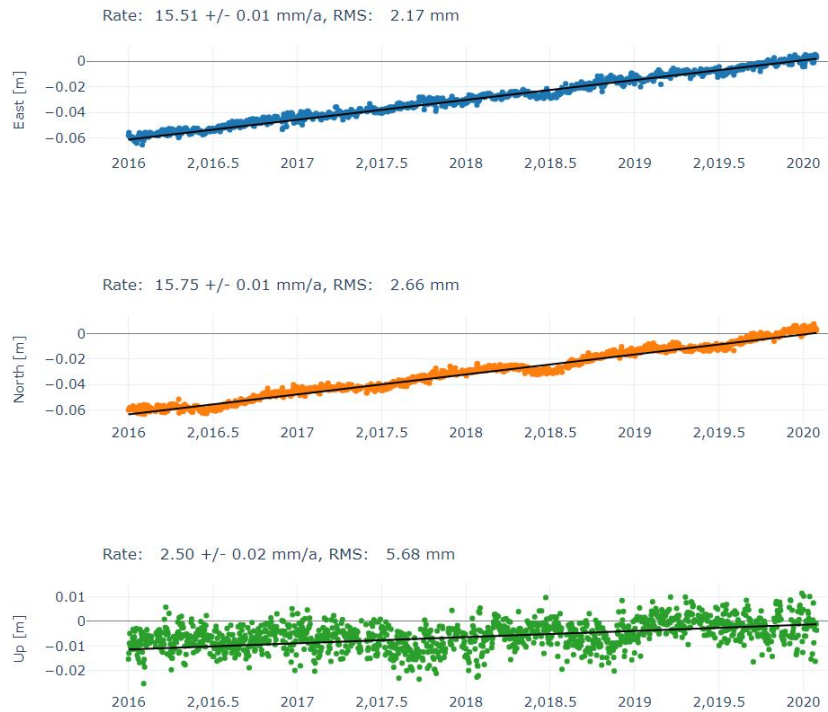
Kapittel 9

Vedlikehold av referanserammene

Med vedlikehold av referanseramma menes i denne sammenheng alle tiltak som gjøres for at Kartverkets geodetiske infrastruktur skal gi de samme EUREF89-koordinatene så lenge EUREF89 er Norges offisielle referanseramme, eller så lenge det etterspørres koordinater i denne referanseramma. Tilsvarende gjelder for NN2000. Utfordringen er at vi overvåker de permanente GNSS-stasjonene i en global referanseramme som påvirkes av både kontinentaldrift og intraplatebevegelser. Nøyaktig tilbakeføring til EUREF89 og NN2000 er derfor avhengig av hvor nøyaktig disse bevegelsene er kjent. I tillegg kommer at referansestasjonene i den aktive referanseramma kan ha egenbevegelser det vil si at de er ustabile. De kan også være utsatt for ytre påvirkninger som gjør at fasesenteret endres. Det kan være hensiktsmessig å dele opp i fysisk og beregningsmessig vedlikehold:

9.1 Fysisk vedlikehold

Kvaliteten på data fra PGS-nettverket kan påvirkes av endringer i omgivelsene rundt stasjonene. Eksempler på slike endringer kan være vegetasjon som vokser til, endringer på tak og bygninger der stasjonen er montert og hendelser som kraftig vind eller lynnedslag. Det er også flere tilfeller der antenner har begynt å fungere dårligere, enten gradvis eller ved brå forandringer.



Figur 9.1: Tidserie for stasjonen RAUC på Rauland i Vinje i perioden 2016 - 2020. Seriene viser at stasjonen er ustabil.

For å ha kontroll på ytre påvirkninger på stasjonene, kontrolleres stasjonenes ytelse ved daglige beregninger av posisjonen. For de daglige beregningene brukes *Bernese* GNSS-programvare med *ultrarapid* banedata. De har forsinkelse på én dag, mens presise banedata har ca. to ukers forsinkelse. Resultatene fra beregningene samles til tidsserier som videre analyseres og kan avdekke eventuelle avvik på stasjonene. I figur 9.1 ser en et eksempel på en tidsserie som viser at stasjonen er ustabil. I tillegg til kontinentaldrift ser en mindre uregelmessige variasjoner.

I tillegg til dataanalyse av stasjonene gjøres det også GNSS-målinger i lokale kontrollpunkt i fjell nær stasjonen. Avstanden mellom stasjonen og kontrollpunktene varierer fra 10 meter og opp til 2 km. Det er ønskelig med kort avstand mellom kontrollpunkt og PGS, men i mange tilfeller kan dette være vanskelig å få til. Kontrollpunktene måles kampanjevis i 1 til 5 døgn med statisk GNSS, og resultatene fra målingene beregnes i *Bernese* og *Wasoft*. For å kunne si noe om stabiliteten til stasjonene må kontrollmålingene gjentas med noen års mellomrom. Resultatene fra beregningene vil gi informasjon om hvilke stasjoner som må besøkes og tiltak vil ofte være å bytte antenne eller mottaker. I tillegg kan det være at skogrydding rundt stasjonen kan løse problemet. I enkelte tilfeller kan det være nødvendig å flytte stasjonen, gjerne på grunn av endringer i bygget antennen er montert på. Stasjonen vil da få tildelt nytt navn og ID. I de tilfellene hvor det har blitt byttet antenne, mast eller antennefestet har fått ny posisjon, må stasjonskoordinatene beregnes på nytt. Noen stasjoner er også montert på ustabile bygninger eller fundament, og det kan da være behov for å oppdatere koordinatene jevnlig eller etter behov.

For den passive referanserammen (landsnettpunktene) gjøres det ikke fysisk vedlikehold, utenom det som eventuelt blir gjort ved kontrollmålinger. Vi har derfor ingen oversikt over hvilke punkter som har blitt fjernet, hvor skog har vokst til eller hvilke som fortsatt kan brukes.

9.2 Beregningsmessig vedlikehold

Etterhvert som nye ITRF-rammer realiseres, beregnes den aktive referanseramma i denne ramma og det må beregnes offisielle transformasjoner tilbake til EUREF89 og den passive referanseramma. Som vist i avsnitt 7.3, er dette ingen triviell oppgave.

Ettersom EUREF89 deformeres som følge av intraplatedeformasjon og ikke har en fullkommen realisering i utgangspunktet, vil 7-parameter Helmert-transformasjoner alene ikke være tilstrekkelig for å oppnå den ønskede nøyaktighet. Og det vil heller ikke være tilstrekkelig å basere seg på PGS-stasjonene alene, da det passive nettverket kan være deformert eller uensartet feilaktig av andre årsaker mellom stasjonen. Dette medfører at også punkt fra det passive nettverket (Landsnettet) må benyttes som fellespunkt.

Ved overgangen til ITRF2014 ble hele Landsnettet beregnet i ITRF2014 og mange landsnettpunkt tjente som fellespunkt ved beregningen av korreksjonsgriddet som ble utviklet for transformasjon mellom ITRF2014 og EUREF89.

Framover ser vi for oss følgende prosedyrer for å ta i bruk nye rammer:

1. Alle PGS-er i den aktive referanseramma beregnes i den nye ramma, med en felles tidsreferanse.
2. Tilhørende kontrollpunkt, som har vektorer ut i Landsnettet, beregnes i samme ramme og med samme tidsreferanse som PGS-ene. Vektorer til PGS-er basert på enfrekvent beregning har vist seg å gi best resultater ved kortere avstander.
3. Med kontrollpunktene som kjente grunnlagspunkt beregnes hele Landsnettet i den nye ramma.
4. Nyeste modeller for intraplatebevegelser tas i bruk.
5. PGS-ene sammen med nødvendig antall landsnettpunkt benyttes som fellespunkt for å beregne et korreksjonsgrid basert på minste kvadraters kollokasjon.

Bibliografi

- Ågren, J. & Svensson, R., 2007. Postglacial Land Uplift Model and System Definition for the New Swedish Height System RH2000, Reports in Geodesy and Geographical Information Systems 2007:4, Lantmäteriet, ISSN 280-5731.
- Ågren, J., Strykowski, G., Bilker-Koivula, M., Omang, O., Märdla, S., Forsberg, R., Ellmann, A., Oja, T., Liepins, I., Parseliunas, E., J., K., L.E., S., & Valsson, G., 2016. The NKG2015 gravimetric geoid model for the Nordic-Baltic region, DOI: 10.13140/RG.2.2.20765.20969.
- Altamimi, Z., P., R., L., M., & C., X., 2016. ITRF2014: A new release of the International Terrestrial Reference Frame modeling nonlinear station motions, *JGR Solid Earth*, **121**, 6109–6131, <https://doi.org/10.1002/2016JB013098>.
- Altamini, Z., 2018. EUREF Technical Note 1: Relationship and Transformation between the International and the European Terrestrial Reference Systems, Tech. rep., EUREF Technical Working Group, <http://etrs89.ensg.ign.fr/pub/EUREF-TN-1.pdf>.
- Altamini, Z. Sillard, P. Boucher, C., 2003. The impact of a No-Net-Rotation Condition on ITRF2000, Tech. rep., Institut Géographique National.
- Dalane, G., 1989. Gunda.
- Danielsen, J., 1982. Transformasjoner ved Norges Geografiske Oppmåling, *Kart og plan*, **1**, 22–32.
- EPSG, 2001. Geodetic Transformations Offshore Norway, Tech. Rep. Guidance Note Number 10, EPSG.
- GIM International, 2018. European datum 1950 - a history, <https://www.gim-international.com/content/article/european-datum-1950-a-history>.
- Häkli, P., Lidberg, M., Jivall, L., Nørbech, T., Tangen, O., Weber, M., Pihlak, P., Alekseenko, I., & Paršeliūnas, E., 2016. The NKG2008 GPS campaign - final transformation results and a new common Nordic reference frame, *Journal of Geodetic Science*, **6**(1), <https://doi.org/10.1515/jogs-2016-0001>.
- Harsson, B. G., 1990. The transformation between ED 50 and WGS84 for exploration purposes in the North Sea, Tech. Rep. 1, Statens Kartverk.
- Harsson, B. G. & Kristiansen, O., 1998. The New Norwegian National Geodetic Network - EUREF89, in *The New Norwegian National Geodetic Network - EUREF89*.
- Heiskanen, W. & Moritz, H., 1967. *Physical Geodesy*, Freeman, San Francisco.
- Himle, S., 2023. geokassa - Kartverket's geodetic utility package, <https://github.com/himsve/geokassa>, <https://github.com/himsve/geokassa>.

- Häkli, P., 2020. NKG_TRANSFORMATIONS Status 2020-01-13.
- Häkli P., L., 2019. New horizontal intraplate velocity model for nordic and baltic countries, <http://www.euref.eu/symposia/2019Tallinn/03-08-Hakli.pdf>.
- IGN, 2023. ITRF solutions, <https://itrf.ign.fr/en/solutions>.
- IGS, 2023. Reference Frame, <https://www.igs.org/wg/reference-frame/>.
- International Organization for Standardization, 2023. Geographic information — referencing by coordinates, <https://committee.iso.org/sites/tc211/home/projects/projects—complete-list/iso-19111.html>.
- IOGP, 2021. EPSG Geodetic Parameter Dataset, The International Association of Oil & Gas Producers <https://epsg.org/home.html> (lastet 29.10.2021).
- ISOGR, 2021. ISO Geodetic Registry (ISOGR), <https://geodetic.isotc211.org/> (lastet 29.10.2021).
- ITRF, 2022. Transformation parameters between itrf-solutions, <https://itrf.ign.fr/en/solutions/transformations>.
- Jelstrup, T. ., 1956. Presisjonsnivellement i sør-norge, Tech. Rep. Geodetiske arbeider, hefte 5, Norges Geografiske Oppmåling.
- Kartverket, 2019. Felles referanseramme for sjø og land på Søre Sunnmøre fase 1, Tech. Rep. 19-04811-1, Kartverket, Utarbeidet av Bratheim, P.C. (red), Sande, H.B., Haasbroek, N., Halvorsen, M.H., Nesheim, L.K., Omang, O.C.D., Ravndal, O.R., Roemer, S., Vestøl, O. & Voldsund, A.
- Kartverket, 2020. Felles referanseramme for sjø og land - fase 2, Tech. Rep. 19-04811-3, Kartverket, Utarbeidet av Breili, K. (red), Bratheim, P.C., Halvorsen, M.H., Nesheim, L.K., Omang, O., Ravndal, O.R., Taskjelle, T., Vestøl, O. & Voldsund, A.
- Kartverket, 2021. Utredning av Norges framtidige høydereferanseramme, Tech. Rep. 19-04811-8, Kartverket, Utarbeidet av Vestøl, O. (red), Breili, K., Mysen, E., Omang, O. & Skår, K.A.
- Kartverket, 2023. Epsg koder på kartverket.no, <https://register.geonorge.no/epsg-koder>.
- Kartverket, 2023. Geonorge-portal kartverket.no, <https://register.geonorge.no>.
- Kartverket, 2023. Transformerings, <https://ws.geonorge.no/transformering/v1/>.
- Kartverket, 2023. Kartverkets transformasjonstjeneste, <https://www.kartverket.no/til-lands/posisjon/transformere-koordinater-enkeltvis>.
- Kartverket Geodesi, 2009. EUREF89 NTM (Norsk Transversal Mercator) sone 5-30, https://kartverket.no/globalassets/til-lands/euref89_ntm_beskrivelse.pdf.
- Kristiansen, O. & Harsson, B. G., 1996. Nytt geodetisk grunnlag EUREF89 GPS kampanje 1994 og analyseresultater, EUREF-NOR94, *Kart og Plan*, **56**, 104–115.
- Kristiansen, O. & Harsson, B. G., 1999. The New Norwegian National Geodetic Network EUREF89, in *In Jonsson B., (Editor) Proceedings of the General Assembly of the Nordic Geodetic Commission, 25–29 May, 1998, ISSN 0280-5731*, LMV-rapport 1999.12, 162–195.

- Kristiansen, O., H. & Danielsen D., 1991. Om transformasjon mellom geodetiske datum i norge.
- Lysaker, D., Pettersen, B. R., Mathisen, O., & Solheim, D., 2006. The Norwegian Height System NN1954 Revisited, *Nordic Journal of Surveying and Real Estate Research*, **3**(1), 7–19, <https://journal.fi/njs/article/view/1665>.
- Lysaker, D. I. & Vestøl, O., 2020. The Norwegian vertical reference frame NN2000, Tech. Rep. 19-04811-4, Norwegian Mapping Authority, ISBN:978-82-7945-247-8.
- Milne, G. A., Davis, J. L., Mitrovica, J. X., Scherneck, H.-G., Johansson, J. M., Vermeer, M., & Koivula, H., 2001. Space-Geodetic Constraints on Glacial Isostatic Adjustment in Fennoscandia, *Science*, **291**, 2381–2385, <https://doi.org/10.1126/science.1057022>.
- Mysen, E., 2014. On the computation of reliable formal uncertainties in the densification of GPS-levelling networks by least-squares collocation, *Journal of Geodesy*, **88**, 917–926, <https://doi.org/10.1007/s00190-014-0732-x>.
- NGA, 2023. WORLD GEODETIC SYSTEM 1984 (WGS 84), <https://earth-info.nga.mil/index.php?dir=wgs84&action=wgs84>.
- Nørbech, T., Engsager, K., Jivall, L., Knudsen, P., Koivula, H., Lidberg, M., Madsen, B., Ollikainen, M., & Weber, M., 2008. Transformation from a Common Nordic Reference Frame to ETRS89 in Denmark, Finland, Norway, and Sweden – status report, in *Proceedings of the 15th General Meeting of the Nordic Geodetic Commission, Copenhagen, Denmark May 29 - June 2, 2006*, edited by P. Knudsen, pp. 68–75, DTU Space, Technical Report No. 1.
- OpenAPI Initiative, 2022. Openapi specification, <https://swagger.io/specification>.
- OSGeo, 2022. Proj web sites, <https://cdn.proj.org>.
- Proj Contributors, 2021. Proj web sites, <https://proj.org>.
- Sømod, T., 1973. Landets geodetiske grunnlag, *Kart og plan*, **33**(1), 4–17, <https://www.nb.no/items/40d59019d2c9df63028bbcf936d7105e>.
- Torge, W., 2001. *Geodesy*, Walter de Gruyter GmbH & Co, 3rd edn., ISBN 3-11-017072-8.
- Vestøl, O., J. S. H. e. a., 2019. NKG2016LU: a new land uplift model for Fennoscandia and the Baltic Region, *J Geod*, **83**, 1759–1779, <https://doi.org/10.1007/s00190-019-01280-8>.

Tillegg A

Realisering av EUREF89 i Norge

Dette vedlegget er en kopi fra et større dokument forfattet av Oddgeir Kristiansen og med tittel "Referansesystemer og GNSS, Teori og anvendelser". Se også ([Kristiansen & Harsson, 1996](#)).

Allerede i 1989, før GPS var fullt utbygd, deltok Kartverket i en europeisk GPS målekampanje hvor formålet var å etablere en ny europeisk referanseramme. Under målekampanjen ble det nymålt ved 93 stasjoner i Europa, hvorav 7 av disse lå i Norge. Alle de 7 norske målestasjonene var tidligere 1.ordens trianguleringspunkter (Domen nær Vardø, Tromsø, Rensåsen nær Bodø, Vassfjell nær trondheim, Vigra, Hønefoss og Eigeberg). Analysene ble foretatt ved tre forskjellige analysesentre. Disse var Bern, Delft og Nottingham. På EUREF-konferansen i Bern 4 til 6 mars 1992 ble det vedtatt at Bern-løsningen skulle velges. I Norge bestemte Kartverket høsten 1992 at EUREF89 skulle bli Norges nye offisielle geodetiske datum fra 1.januar 1993.

Utviklingen av GPS systemet var kommet godt i gang om man fant raskt ut at de ferdig analyserte dataene fra denne målekampanjen ikke var gode nok til å danne grunnlaget for et nytt datum. Kartverket valgte derfor en ny strategi for å realisere et nytt geodetiske grunnlag i Norge. Arbeidet med å etablere et nytt overordnet geodetisk nett startet. Referansegruppen for innføring av nytt geodetisk grunnlag (RINGG) bestemte at det skulle kalles stamnett. Stamnettet skulle bestå av et sett med overordnede punkter hvor det skulle observeres i minst 3 døgn. Disse punktene fikk derfor navnet 3D-punkter. De øvrige stamnett-punktene skulle måles som vektorer relativt til 3D-punktene og måletiden skulle være minst 4 timer. Målingene ble foretatt i 1994, 1995 og 1996. Kampanjene fikk navnet EUREF-NOR94, EUREF-NOR95 og EUREF-NOR96. I 1994 ble det etablert 63 3D-stasjoner, og i 1995 ble det etablert 51 nye 3D-stasjoner. I 1996 ble det målt i 28 stasjoner, hvor datakvaliteten fra 3 av disse var så dårlig at de ikke inngikk i løsningen. Siden Kartverket kun hadde 11 mobile geodetiske GPS mottakere tilgjengelig under EUREF-NOR målekampanjene ble det kun målt i 11 nye stasjoner hver 3 dag. I tillegg ble det inkludert målinger fra 12 permanente IGS-stasjoner, 7 SATREF og 5 SWEPOS stasjoner. Alle analysene ble gjort med den samme GPS programvaren, GIPSY (GPS Inferred Positioning System) som er utviklet ved NASA og Caltech Jet Propulsion Laboratory (JPL).

Det ble foretatt relative målinger til 403 nye stamnett stasjoner i 1995 og til 451 nye stasjoner i 1996. Alle stasjonene ble godt knyttet til 3D-stasjonene. Analyseresultatene fra stamnett-målingene ble utjevnet med programvaren Gemini.

A.1 GPS analyse

Selve GPS analysen ble gjort som en fri-nettverks løsning hvor presise baneparametre og jordorienteringsparametre fra IGS¹ ble benyttet. For å sikre en konsistent løsning ble det valgt å benytte presise baner og jordorienteringsparametre fra et IGS-analysesenter. Siden Kartverket benyttet programvaren GIPSY, som er utviklet av JPL, valgte de å benytte presise parametre fra JPL.

Kartverket benyttet løse føringer på alle stasjonskoordinatene og alle andre løsningsparametre. De andre løsningsparametrene var stasjonsklokker, troposfæreparametre og fasebias. Som observasjonsstørrelser ble det benyttet en udifferensierte ionosfærefrie-lineærkombinasjoner.

Programvaren GIPSY benytter en sekvensiell estimeringsmetode (Kalman filter), hvor brukeren kan velge mellom UD²-faktorisering og SRIF³. Kartverket valgte å benytte SRIF, hvor klokken ble løst som hvite støy⁴ parametre med hydrogen-maseren i Onsala som referanseoscillator. Videre ble den våte delen av troposfæren løst som «*random walk*» parametre. Kartverket valgte også å benytte presise baneparametre fra JPL som var gitt i en geosentrisk celest referanseramme (GCRF). For å kunne transformere løsningen til en jord-fast, jord-sentrert referanseramme som ITRF, ble det benyttet jordorienteringsparametre fra JPL. Programvaren GIPSY følger IERS konvensjonene slik at referansesystemet som ble realisert, var datidens siste globale internasjonale terrestriske referansesystem ITRS. Observasjonsperioden for å etablere 3D-punktene var fra 1994 til 1996, og den gjeldene internasjonale referanserammen var da ITRF93. Tilgjengelig ITRF93-koordinater med tilhørende lineære hastigheter for de 12 IGS stasjonene ble benyttet under analysene.

Under analysen valgte Kartverket en fri-nettverks analyse, hvor løse føringer ble påført **alle** stasjonskoordinatene. De løse føringene som ble valgt var 10 m på de 12 IGS stasjonene og 100 m på de gjenværende SATREF, SWEPOS og 3D-stasjonene. Alle tilgjengelige målestasjoner ble analysert simultant som daglige løsninger, hvor stasjonskoordinatene ble estimert som konstante parametre over hele 24-timers perioden.

Start koordinatene til de 12 IGS-stasjonene ble initialisert hver dag, med å benytte de lineære hastighetene som var gitt i ITRF93-katalogen.

$$\mathbf{X}_{ITRF93}(t) = \mathbf{X}_{ITRF93}(t_0) + \mathbf{v}_{ITRF93}(t - t_0) \quad (\text{A.1.1})$$

hvor stasjonens koordinat-tidspunkt er t og referanserammens epoke er t_0 .

GPS analysene resulterte i nye daglige stasjonskoordinater for 12 IGS stasjoner, 7 SATREF stasjoner, 5 SWEPOS stasjoner og 11 nye 3D-stasjoner. De daglige løsningene var gitt som en fritt-nettverks løsning. Vi påfører indre føringer og deretter transformerer den frie GPS løsningen til ITRF93 ved å utføre en konform transformasjon

$$\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix}_{GPS} = \begin{pmatrix} X \\ Y \\ Z \end{pmatrix}_{ITRF93} + \begin{pmatrix} t_x \\ t_y \\ t_z \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} s & -\theta_z & \theta_y \\ \theta_z & s & -\theta_x \\ -\theta_y & \theta_x & s \end{pmatrix} \begin{pmatrix} X \\ Y \\ Z \end{pmatrix}_{ITRF93} \quad (\text{A.1.2})$$

hvor (X, Y, Z) er vår a priori referanseramme som er ITRF93, og hvor (x, y, z) er koordinatene til den frie GPS-løsningen. Det er nå foretatt en regional realisering av den internasjonale terrestriske referanserammen, hvor den frie GPS løsningen er transformert til ITRF93. Transformasjonsparametrene som er gitt i rotasjonsmatrisen gir orienteringen $\theta_x, \theta_y, \theta_z$ og målestokken s , mens origoskiftet er gitt av t_x, t_y, t_z . Disse syv-parametrene er de samme som JPL benyttet da de transformerte sin globale frie-løsning til den etablerte referanserammen ITRF93.

¹International GPS Service

²Upper Diagonal

³Square Root Information Filter

⁴«white noise»

Under transformasjonen gitt i ligning A.1.2 benyttet vi 5 av IGS stasjonene. Disse var Ny-Ålesund, Metsahovi, Wettzell, Madrid og Matera. De resterende 7 IGS stasjonene (Tromsø, Onsala, Kiruna, Grax, Mas Palomas, Herstmonceux og Kootwijk) ble benyttet for å undersøke løsnings nøyaktighet. Vi sammenlignet overensstemmelsen mellom våre daglige løsninger av disse 7 stasjonene med kjente koordinater gitt i den globale referanserammen ITRF93. Overensstemmelsen lå i mm området.

A.2 Transformasjon fra GPS løsning gitt i ITRF93 til EUREF89

Under GPS analysene ble IERS konvensjonene fra 1993 fulgt. Referansesystemet er derfor ITRS93. Den frie GPS løsningen ble så transformert til ITRF93 hvor selve transformasjonen ble knyttet til 5 europeiske IGS stasjoner. I perioden 1994 til 1996 hadde vi ikke god nok kunnskap om hvor stor den post-glasiale bevegelsen i Fenno-Skandinavia var. Denne intra-plate bevegelsen er forårsaket at nord-kalotten for 10 000 år siden var dekt av is. Når isen begynte å smelte, hevet landet seg og beveget seg langsomt i østlig og vestlig retning i forhold til punktet for maksimal landheving. Den maksimale landhevingen ligger nord i Bottenviken. Det medfører at land vest for Bottenviken beveger seg sakte vestover. Siden vi ikke hadde god nok kunnskap om hvor mange millimeter i året den horisontale bevegelsen og landhevingen var, valgte vi å ikke korrigere for den postglasiale bevegelsen.

Derimot hadde vi en relativt god kunnskap om platetektonisk bevegelse og vi valgte å benytte det som den gang ble antatt å være den beste geofysiske platetektoniske modellen, nemlig NUVEL NNR-1A. Når IERS etablerte ITRF93 hastighetsfeltet så benyttet de NUVEL NNR-1A. Under transformasjonen til referanseepoken til EUREF89 som er 1989.0, valgte vi å bevare målestokken til ITRF93, men påførte en systematisk origo translasjon (t_x, t_y, t_z) til ETRS89, samt korrigere for platetektonisk bevegelse. Følgende ligning ble benyttet til å transformere den regionale GPS realiseringen av ITRF93 ved stasjonenes koordinat epoke t til EUREF89 ved referanserammens epoke t_0

$$\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix}_E(t_0) = \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix}_I(t) + \begin{pmatrix} t_x \\ t_y \\ t_z \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 & -\dot{\theta}_z & \dot{\theta}_y \\ \dot{\theta}_z & 0 & -\dot{\theta}_x \\ -\dot{\theta}_y & \dot{\theta}_x & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix}_I(t - t_0) \quad (\text{A.2.1})$$

hvor E er EUREF89 og I er den regionale GPS realiseringen av ITRF93. Videre er t stasjonenes koordinat epoke og $t_0 = 1989.0$ er referanserammen EUREF89 sin epoke og vektoren (t_x, t_y, t_z) gir den systematiske translasjonen av origo.

Rotasjonshastighetene $(\dot{\theta}_x, \dot{\theta}_y, \dot{\theta}_z)$ som korresponderer med NUVEL NNR-1A hastighetene, korrigerer for rotasjonshastighetsdifferansen mellom ITRF93 og EUREF89. Transformasjonsparametrene som ble benyttet for origo translasjon og de deriverte av orienteringen $(\dot{\theta})$, er gitt i tabell A.1.

Tabell A.1: Parametrene som ble benyttet under transformasjonen mellom den regional GPS realiseringen av ITRF93 og EUREF89.

t_x cm	t_y cm	t_z cm	$\dot{\theta}_x$ (0.001"/år)	$\dot{\theta}_y$ (0.001"/år)	$\dot{\theta}_z$ (0.001"/år)
1.9	5.3	-2.1	0.32	0.78	-0.67

Referanser Tillegg **A**

Kristiansen, O. & Harsson, B. G., 1996. Nytt geodetisk grunnlag EUREF89 GPS kampanje 1994 og analyseresultater, EUREF-NOR94, *Kart og Plan*, **56**, 104–115.

Tillegg B

Alternativ beregning av transformasjonsparametre

Den inverterte kovariansmatrisa $(C_{nn} + D_{nn})^{-1} = P_{nn}$ anvendes som vektsmatrise. Det forutsettes n fellespunkter med koordinatene u, v i fra-systemet og x, y i til-systemet.

Beregning av parametrene i Helmert-transformasjonen tar utgangspunkt i standard feillikninger:

$$\begin{bmatrix} x_k \\ y_k \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \varepsilon_{x_k} \\ \varepsilon_{y_k} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a & b \\ -b & a \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u_k \\ v_k \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} t_x \\ t_y \end{bmatrix} \quad (\text{B.0.1})$$

Parametrene i Helmert-transformasjon kan løses ved å bruke standard feillikninger som i likning (B.0.1). Men denne metoden krever invertering av normallikningsmatrisa, noe som var krevende da metodikken ble innført. Det eksisterer en alternativ metode som kan estimere parametrene som basert på tyngdepunktskoordinater $(\bar{u}, \bar{v})$ og $(\bar{x}, \bar{y})$. Denne metoden krever ingen matriseinvertering av normallikninga.

Videre beregnes vektor w_k for fellespunktene som summen rekke k i vektsmatrisa P_{nn} .

$$w_k = \sum_{i=1}^n P_{ki} \quad (\text{B.0.2})$$

Tyngdepunktskoordinatene beregnes ved først å finne massesenteret:

$$u_c = \frac{w_1 u_1 + \cdots + w_n u_n}{w_1 + \cdots + w_n} \quad v_c = \frac{w_1 v_1 + \cdots + w_n v_n}{w_1 + \cdots + w_n} \quad (\text{B.0.3})$$

$$x_c = \frac{w_1 x_1 + \cdots + w_n x_n}{w_1 + \cdots + w_n} \quad y_c = \frac{w_1 y_1 + \cdots + w_n y_n}{w_1 + \cdots + w_n} \quad (\text{B.0.4})$$

$$\bar{u} = \begin{bmatrix} u_1 \\ \vdots \\ u_n \end{bmatrix} - u_c \quad \bar{v} = \begin{bmatrix} v_1 \\ \vdots \\ v_n \end{bmatrix} - v_c \quad \bar{x} = \begin{bmatrix} x_1 \\ \vdots \\ x_n \end{bmatrix} - x_c \quad \bar{y} = \begin{bmatrix} y_1 \\ \vdots \\ y_n \end{bmatrix} - y_c \quad (\text{B.0.5})$$

Feillikning med tyngdepunktskoordinater:

$$\begin{bmatrix} \bar{x}_k \\ \bar{y}_k \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \varepsilon_{x_k} \\ \varepsilon_{y_k} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a & b \\ -b & a \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \bar{u}_k \\ \bar{v}_k \end{bmatrix} \quad (\text{B.0.6})$$

Løser ut med hensyn på $\bar{u}_k$ og $\bar{v}_k$:

$$\begin{bmatrix} \varepsilon_{x_1} \\ \vdots \\ \varepsilon_{x_n} \\ \varepsilon_{y_1} \\ \vdots \\ \varepsilon_{y_n} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -\bar{u}_1 & -\bar{v}_1 \\ \vdots & \vdots \\ -\bar{u}_n & -\bar{v}_n \\ -\bar{v}_1 & \bar{u}_1 \\ \vdots & \vdots \\ -\bar{v}_n & \bar{u}_n \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a \\ b \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\bar{x}_1 \\ \vdots \\ -\bar{x}_n \\ -\bar{y}_1 \\ \vdots \\ -\bar{y}_n \end{bmatrix} \quad (\text{B.0.7})$$

$$\begin{bmatrix} \varepsilon_{x_1} \\ \vdots \\ \varepsilon_{x_n} \\ \varepsilon_{y_1} \\ \vdots \\ \varepsilon_{y_n} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} E_x \\ E_y \end{bmatrix} \quad (\text{B.0.8})$$

Løst som normallikning $Nx = h$ ved Minste Kvadraters Metode så blir:

$$Nx = h \Rightarrow \begin{bmatrix} \sum_{k=1}^n w_k(\bar{u}_k^2 + \bar{v}_k^2) & 0 \\ 0 & \sum_{k=1}^n w_k(\bar{u}_k^2 + \bar{v}_k^2) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a \\ b \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \sum_{k=1}^n w_k(\bar{u}_k \bar{x}_k + \bar{v}_k \bar{y}_k) \\ \sum_{k=1}^n w_k(\bar{v}_k \bar{x}_k - \bar{u}_k \bar{y}_k) \end{bmatrix} \quad (\text{B.0.9})$$

Parametrene a og b kan hentes direkte fra N og h :

$$a = \frac{\sum_{k=1}^n w_k(\bar{u}_k \bar{x}_k + \bar{v}_k \bar{y}_k)}{\sum_{k=1}^n w_k(\bar{u}_k^2 + \bar{v}_k^2)} \quad b = \frac{\sum_{k=1}^n w_k(\bar{v}_k \bar{x}_k - \bar{u}_k \bar{y}_k)}{\sum_{k=1}^n w_k(\bar{u}_k^2 + \bar{v}_k^2)} \quad (\text{B.0.10})$$

Med kjennskap til a og b , samt tyngdepunktskoordinatene u_c , v_c , x_c og y_c kan translasjonene t_x og t_y beregnes:

$$\begin{bmatrix} t_x \\ t_y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x_c \\ y_c \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} a & b \\ -b & a \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u_c \\ v_c \end{bmatrix} \quad (\text{B.0.11})$$

eller

$$t_x = x_c - au_c - bv_c \quad (\text{B.0.12})$$

$$t_y = y_c + bu_c - av_c \quad (\text{B.0.13})$$

Herav beregnes residualvektorene Ex og Ey :

$$\varepsilon_{x_k} = \bar{x}_k - a\bar{u}_k - b\bar{v}_k \quad (\text{B.0.14})$$

$$\varepsilon_{y_k} = \bar{y}_k - a\bar{v}_k + b\bar{u}_k \quad (\text{B.0.15})$$

Tillegg C

Formelverk - fra ETRF2014@2000.0 til ETRF1993@2000.0

Likningssettet til 7-parameter Helmerttransformasjon fra kildekoordinatsystemet *ETRF2014@2000.0* til målkoordinatsystemet *ETRF1993@2000.0* hentes fra likning 7.4:

$$\begin{bmatrix} u \\ v \\ w \end{bmatrix}_{\text{ETRF1993@2000.0}}^{\text{Mål}} = \begin{bmatrix} T_x \\ T_y \\ T_z \end{bmatrix} + (1 + D) \cdot \begin{bmatrix} 1 & -R_z & R_y \\ R_z & 1 & -R_x \\ -R_y & R_x & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix}_{\text{ETRF2014@2000.0}}^{\text{Kilde}} \quad (\text{C.0.1})$$

Ved å gange ut parentesene ser vi at likning C.0.1 kan skrives slik:

$$\begin{bmatrix} u \\ v \\ w \end{bmatrix}_{\text{ETRF1993@2000.0}}^{\text{Mål}} = \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} T_x \\ T_y \\ T_z \end{bmatrix} + R \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix} + D \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix} + DR \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix} \quad (\text{C.0.2})$$

$$\text{der } R = \begin{bmatrix} 0 & -R_z & R_y \\ R_z & 0 & -R_x \\ -R_y & R_x & 0 \end{bmatrix}$$

Ettersom målestokksverdien D er i størrelsesorden noen få ppb og endringen som skyldes platebevegelse er under 1 m, kan siste ledd i likning C.0.2 sløyfes og likningen får en lineær form:

$$\begin{bmatrix} u \\ v \\ w \end{bmatrix}_{\text{ETRF1993@2000.0}}^{\text{Mål}} = \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix}_{\text{ETRF2014@2000.0}}^{\text{Kilde}} + \begin{bmatrix} T_x \\ T_y \\ T_z \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & -R_z & R_y \\ R_z & 0 & -R_x \\ -R_y & R_x & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix}_{\text{ETRF2014@2000.0}}^{\text{Kilde}} + D \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix}_{\text{ETRF2014@2000.0}}^{\text{Kilde}} \quad (\text{C.0.3})$$

Ved å samle alle ukjente parametre i en vektor $\mathbf{x}$ kan likninga omskrives til:

$$\begin{bmatrix} u \\ v \\ w \end{bmatrix}_{\text{ETRF1993@2000.0}}^{\text{Mål}} = \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix}_{\text{ETRF2014@2000.0}}^{\text{Kilde}} + \mathbf{Ax} \quad (\text{C.0.4})$$

der

$$\mathbf{x}^T = \begin{bmatrix} R_x & R_y & R_z & D & T_x & T_y & T_z \end{bmatrix} \quad (\text{C.0.5})$$

og

$$A = \begin{bmatrix} 0 & z & -y & x & 1 & 0 & 0 \\ -z & 0 & x & y & 0 & 1 & 0 \\ y & -x & 0 & z & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (\text{C.0.6})$$

Elementene x , y og z i $\mathbf{A}$ er koordinater til fellespunktet uttrykt i ETRF2014@2000.0

Målet er nå å beregne nye verdier for $\mathbf{x}$, og samtidig beregne romlig korrelerte avvik mellom referanserammene som ikke fanges opp i $\mathbf{Ax}$. Slike avvik kalles signaler og metoden kalles minste kvadraters kollokasjon.

Observasjonslikningen ved minste kvadraters kollokasjon er sammensatt av en systematisk del $\mathbf{Ax}$ og en stokastisk del $\mathbf{T}v$:

$$l = \mathbf{Ax} + \mathbf{T}v \quad (\text{C.0.7})$$

hvor

$$\mathbf{T} = \begin{bmatrix} I_{nn} & 0_{nm} & I_{nn} \end{bmatrix} \quad \text{og} \quad v = \begin{bmatrix} s_n \\ s_m \\ n \end{bmatrix} \quad \text{og} \quad l = \begin{bmatrix} u - x \\ v - y \\ w - z \end{bmatrix} \quad (\text{C.0.8})$$

I vektoren v er s_n signalene i fellespunktene, s_m er predikterte signaler i gridpunktene og n er målestøy.

Hvert signal har tre dimensjoner, et i x-retning, et i y retning og et i z-retning, så det blir estimert tre signaler i hvert fellespunkt og prediktert tre signal i hvert gridpunkt.

Parametrene i den systematiske delen løses ved minste kvadraters metode:

$$\hat{x} = (\mathbf{A}^T \mathbf{C}_l^{-1} \mathbf{A})^{-1} \mathbf{A}^T \mathbf{C}_l^{-1} l \quad (\text{C.0.9})$$

Kovariansen $\mathbf{C}_l$ er sammensatt av kovariansen til signalene $\mathbf{C}_{ss}$ og kovariansen til målestøyen på punktene $\mathbf{C}_{nn}$.

$$\mathbf{C}_l = \mathbf{C}_{nn} + \mathbf{C}_{ss} \quad (\text{C.0.10})$$

$\mathbf{C}_{nn}$ er varians-kovarians-matrisa til 'målingene', som her blir koordinatdifferansene i fellespunktene. Vi antar uavhengighet både mellom fellespunkt og mellom dx -, dy - og dz -verdiene i fellespunktet slik at $\mathbf{C}_{nn}$ får null-verdier utenfor hoveddiagonalen. Langs hoveddiagonalen kommer målingenes varians. Standardavviket for målingene er satt til $\sigma_n = 0.025$ m, dvs. $\sigma_n^2 = 0.000625$ m² langs hoveddiagonalen. Videre finnes $\mathbf{C}_{ss}$ ved å anta en Gauss-Markov prosess der en bruke en eksponensialfunksjon som kovariansfunksjon for å anslå varians og kovarians til signalene:

$$\mathbf{C}_{s_i s_j} = \sigma^2 e^{(-\frac{d_{ij}}{k_l})} \quad (\text{C.0.11})$$

der k_l er en konstant satt til 100 km, σ^2 er signalets varians og satt til 0.00040 m² og d_{ij} er avstanden mellom punktene i og j .

Vi bruker den samme kovariansfunksjonen for signalene i både x- y- og z-retning og antar videre at signalene i en retning er uavhengig av signalene i de andre retningene.

Signalene $\hat{s}_n$ i fellespunktene og $\hat{s}_m$ i prediksjonspunktene beregnes etter standard framgangsmåte ved minste kvadraters kollokasjon:

$$\hat{s}_n = \mathbf{C}_{s_n s_n}^\top \cdot \mathbf{C}_l^{-1} (\mathbf{1} - \mathbf{A}^T \hat{x}) \quad (\text{C.0.12})$$

Og ved prediksjon i gridpunktene:

$$\hat{s}_m = \mathbf{C}_{s_m s_n}^\top \cdot \mathbf{C}_l^{-1} (\mathbf{1} - \mathbf{A}^T \hat{x}) \quad (\text{C.0.13})$$

der matrisene $\mathbf{C}_l^{-1}$ og $\mathbf{A}^T$ og vektoren $\hat{x}$ er hentet fra likning C.0.9, $\mathbf{C}_{s_n s_n}^\top$ er kovariansmatrisa mellom de n fellespunktene og $\mathbf{C}_{s_m s_n}^\top$ er kovariansmatrisa mellom de m prediksjonspunktene og fellespunktene.

Ettersom en antar feilfrie fellespunkt settes $\mathbf{C}_{nn}$ til null i likning C.0.10, slik at $\hat{s}_n$ blir lik $(\mathbf{1} - \mathbf{A}^T \hat{x})$ og formelen kan forenkles til:

$$\hat{s}_m = \mathbf{C}_{s_m s_n}^\top \cdot \mathbf{C}_l^{-1} \hat{s}_n \quad (\text{C.0.14})$$

Vi er nå i mål og har utviklet en ny transformasjonformel for trinn (3) i transformasjonen mellom ITRF2014 og EUREF89 som er beskrevet i kapittel 7.3.2:

$$\begin{bmatrix} u \\ v \\ w \end{bmatrix}^{\text{Mål}}_{\text{ETRF1993 2000.0}} = \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix}^{\text{Kilde}}_{\text{ETRF2014 2000.0}} + \mathbf{A} \hat{x} + \hat{s} \quad (\text{C.0.15})$$

Tillegg D

C-API for Proj

Eksempel på transformasjon med Proj-API'et:

```
#include <proj.h>

int main(int argc, char* argv[]) {
    PJ_CONTEXT* c;
    PJ* p;
    PJ_COORD coord;
    int errno;
    const char* errstr;

    c = proj_context_create();
    p = proj_create_crs_to_crs(c, "EPSG:4326", "EPSG:4230", NULL);

    if (p == 0) {
        errno = proj_context_errno(c);
        if (errno == 0) {

            fprintf(stderr, "Failed to create transformation, reason unknown.\n");
        }
        else {
            errstr = proj_context_errno_string(c, errno);
            fprintf(stderr, "Failed to create transformation: %s.\n", errstr);
        }
        proj_context_destroy(c);
        return 1;
    }

    coord.lpz.lam = 10.0;
    coord.lpz.phi = 60.0;

    coord = proj_trans(p, PJ_FWD, coord);

    proj_destroy(p);
    proj_context_destroy(c);

    return 0;
}
```

}

Tillegg E

Geodesiprogrammet *geokassa*

Kartverkets program *geokassa* inneholder ei mengde kommandoer for å generere ressursfiler til bruk i transformasjonsbiblioteket *Proj*. Programmet er tilgjengelig på versjonskontrollsystemet *Github* på repoet [Himle \(2023\)](#) som *open source*-kildekode.

E.1 Tilgjengelig kommandoer i *geokassa*

Usage:

```
geokassa [options] [command]
```

Options:

```
--version          Show version information
-?, -h, --help     Show help and usage information
```

Commands:

<code>jsontin <input> <output></code>	Makes triangulated TIN from point clouds
<code>lsc2geotiff <inputjson> <output></code>	Converts GeoTiff translations based on Helmert + Least Squares Collocation
<code>bin2geotiff <input> <output></code>	Converts bin file to GeoTiff
<code>bin2gtx <input> <output></code>	Converts bin file to Gtx
<code>gri2geotiff <input> <output></code>	Converts gri file(s) to GeoTiff
<code>gtx2geotiff <input> <output></code>	Converts gtx file to GeoTiff
<code>ct2gtx2geotiff <input> <output></code>	Converts gtx or ct2 files to GeoTiff
<code>clip <inputFile> <outputFile></code>	Clips grid files
<code>csvs2ct2 <fromsys> <tosys> <output></code>	Converts horisontal shift between two csv's into Ct2
<code>merge <grid1> <grid2> <gridtarget></code>	Merges two ct2 files
<code>makegrid <output></code>	Grids points into csv-file
<code>helmert <fromsys> <tosys></code>	Computes helmert parametres based on two csv point sets
<code>tiffvalue <gridfile></code>	Gets interpolated values from a grid

E.2 Praktisk bruk - *geokassa*

Programmet har også blitt brukt til å generere korreksjongriddet i steg 3 i *NKG2020*-transformasjonen (7.3.3). I den sammenheng ble kommandoen *lsc2geotiff* benyttet med inputkoordinater på csv-filformat.

lsc2geotiff:

Converts GeoTiff translations based on Helmert + Least Squares Collocation

Usage:

```
geokassa lsc2geotiff [options] <inputjson> <output>
```

Arguments:

<inputjson>	Input from Json at geocentric-pointlist.schema.json schema
<output>	Output geotiff file

Options:

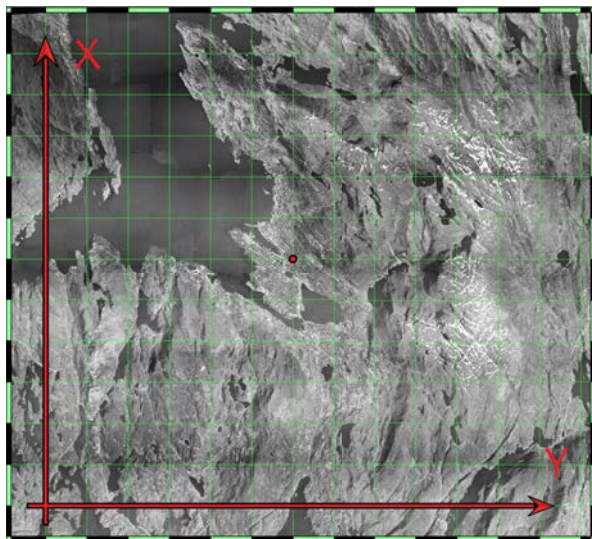
--type <deform geoid goffset hoffset vel vsep>	TiffOutputType
--gridname <gridname> (REQUIRED)	Grid name
--email <email>	Product manager
--area <area>	Area of use
--desc <desc>	Description
--dim <dim>	Dimension
--epsg2d <epsg2d> (REQUIRED)	Source EPSG interpolation ('authority:XXXX')
--epsgsource <epsgsource> (REQUIRED)	Source EPSG CRS ('authority:XXXX')
--epsgtarget <epsgtarget> (REQUIRED)	Target EPSG CRS ('authority:XXXX')
LowerLeftLongitude, --lle <lle> (REQUIRED)	Lower left longitude in grid (deg)
LowerLeftLatitude, --lln <lln> (REQUIRED)	Lower left latitude in grid (deg)
DeltaLongitude, --de <de> (REQUIRED)	Longitude resolution in grid (deg)
DeltaLatitude, --dn <dn> (REQUIRED)	Latitude resolution in grid (deg)
--rows <rows> (REQUIRED)	Number of rows in grid
--cols <cols> (REQUIRED)	Number of cols in grid
--tilesize <tilesize> (REQUIRED)	Tile size (multiple of 16)
--agl <agl>	Heights above ground level (m)
--c0 <c0> (REQUIRED)	Covariance signal - LSC (m ²)
--cl <cl> (REQUIRED)	Correlastion length - LSC (m)
--sn <sn> (REQUIRED)	Covariance noise - LSC (m)
-, -h, --help	Show help and usage information

Tillegg F

Gamle lokale referanserammer i Bergen

Dette vedlegget fra 2020 er forfattet av Helge Nysæter, ved Høgskulen på Vestlandet, og gir en historisk innføring i referanseramma som ble brukt i Bergen fra ca. 1915 til ca. 1960 og ble kalt "Bergen Lokal".

Referansesystemet Bergen Lokal er et koordinatsystem som ble brukt i Bergen kommune i årene mellom ca 1915 og ca 1960. Systemet ble også kalt Bynettet". I dette dokumentet er det samlet en del informasjon om opprettelsen og bruken av denne referanseramma.



Figur F.1: Koordinatsystemet Bergen Lokal", med X mot nord, Y mot øst og Domkirkespiret i punktet (6000,6000). Egen illustrasjon basert på flyfoto fra 1951

F.1 Bakgrunn: Hvorfor koordinater?

Behovet for et koordinatsystem oppstod rundt år 1900. Byen fikk en mer og mer kompleks teknisk infrastruktur, som man trengte kart for å holde oversikt over. Bildet i figur F.2 viser hvordan Bergen så ut i 1898.



Figur F.2: *Bergen 1898. Postkort, Public domain, wikimedia commons.*

Kartet under er et oversiktskart fra 1864. Her er det ikke noe koordinatsystem.



Figur F.3: *Bergens by nr 20: Kart over Bergen med Omegn, 1864. Kartverkets historiske arkiv / Wikimedia commons*

Videre følger et kart som ble utarbeidet av veivesenet i 1912. Også dette uten koordinatsystem.



Figur F.4: Kart fra 1912. Bergen Byarkiv.
Eget foto.

Hvis kartet var basert på et koordinatsystem, var det enklere å sette inn nye objekter på riktig sted i kartet. Utviklingen av måleutstyr, som teodolitten, gjorde det også hensiktsmessig å lage bykart ved hjelp av koordinater. Med teodolitten ble det målt vinkler til det man ønsket å kartlegge, i forhold til punkt med kjente koordinater. Basert på disse målingene ble koordinater for de nye punktene beregnet. Så kunne kartet brukes som utgangspunkt for planlegging. Nye objekter ble tegnet inn i kartet, og teodolitten ble brukt for å plassere de planlagte objektene i terrenget.

Høgskulen på Vestlandet omfatter tidligere Høgskolen i Bergen, som omfattet tidligere Bergen ingeniørhøgskole, som på sin side omfattet Bergen tekniske skole. Ved disse skolene har det foregått landmålingsundervisning siden slutten av 1800-tallet, og noen av de gamle instrumentene er fortsatt bevart. Mange av instrumentene i samlingen er også fotografert, og finnes i en digital utstilling. Samlingen inkluderer flere norske teodolitter fra familiebedriften til den kjente motstandsmannen Jan Baalsrud, for eksempel teodolitten i figur F.5.



Figur F.5: *Baalsrud-teodolitt fra samlingen til Høgskulen på Vestlandet. Foto: Mauricio Pavez*

Også eiendomsgrenser ble kartlagt og dokumentert i form av koordinater. Mer om bakgrunnen for å opprette Bergen Lokal, og diskusjonen rundt dette, er omtalt i en artikkel i ([Nysæter, 2012](#))

F.2 Referansesystemets definisjon

Det er lite dokumentasjon å finne på offisielle nettsteder om koordinatsystemet Bergen Lokal. Bergen byarkiv har (den udaterte) rapporten fra oppmålingsfirmaets som etablerte koordinatsystemet, samt forhandlingene i forkant av vedtaket med å opprette et koordinatsystem (Sak Nr. 63, 1913/1914). Verken hos Bergen kommune eller hos firmaene som leverer landmålingsprogramvare har det vært mye informasjon å hente.

I nyere referansesystem for kart og oppmåling inngår vanligvis en kartprojeksjon. Det vil si omregningsformler mellom den krumme jordoverflaten og det planekartet. Slik er det ikke med Bergen lokal. Systemet var ment å dekke et såpass lite geografisk område at man trygt kunne se bort fra jordkrumning. Imidlertid er det slik at avstanden i terrenget mellom to posisjoner i kartplanet vil øke med høyden. På grunn av jordkrumning vil de to punktenes loddlinjer sprike. Dette var man nødt til å ta hensyn til også i Bergen lokal, så alle avstander i kartplanet refererer til geoiden (havnivå). Avstander målt i terrenget måtte reduseres til geoiden før de kunne brukes til å beregne koordinater.

F.2.1 Origo i Domkirken

I noen byer valgte man å la domkirkespiret være origo i byens referansesystem. Trondheim hadde allerede etablert et tilsvarende system med origo i spiret på Nidarosdomen, og Bergen fulgte eksempelet. I Kristiania ble observatoriet valgt som origo, mens i Haugesund var det Haraldsstøtten. Domkirken hadde lenge hatt en sentral posisjon i bybildet. Det kan vi blant annet se i gamle prospekt som vist i figur F.6, og på bilder som vist i figur F.7.



Figur F.6: *Bergens-prospekt fra 1740-årene*



Figur F.7: *Domkirken i 1865. Foto: Gamle Bergen museum.*

Koordinatsystemet har origo med utgangspunkt i spiret på Domkirken. Dette punktet fikk koordinater (6000, 6000), slik at hele byen ble liggende i koordinatsystemets første kvadrant. På den måten unngikk man negative tall i koordinatene.

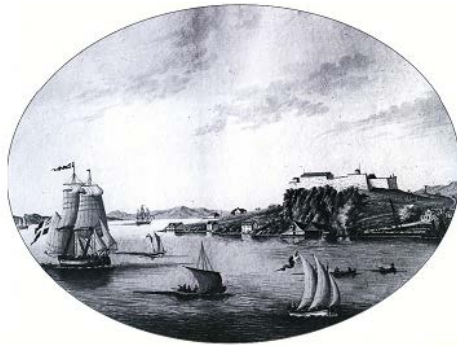


Figur F.8: *Domkirken i 2019. Eget foto.*

F.2.2 Nøyaktig posisjon for Bergen

Domkirkespirets posisjon på globusen var blitt nøyaktig bestemt tidlig på 1800-tallet. Kaptein Hans Jørgen Wetlesen og matematikklærer Gottfried Bohr målte sommeren 1814 solhøyder med geografisk sirkel på Sverresborg festning. Breddegraden ble bestemt til $60^{\circ}24'00''$. Bohr bestemte også lengdegraden ved å benytte tidligere observasjon som var gjort i Bergen, av Niels Andreas Vibe og Benoni Aubert. Den 9. april 1792 hadde disse observert en måne-okkultasjon av stjernen θ Librae (Theta Librae). Samme hendelse var observert i Praha, og den beregnede lengden tilsvarer $5^{\circ}21,7'$ øst for Greenwich (som ennå ikke var innført som nullmeridian).

I 1818 fikk Bergen et observatorium på Fredriksberg. Observatoriets beliggenhet ble målt inn nøyaktig i forhold til Domkirken, slik at nøyaktig posisjon for observatoriet kunne overføres til et mer varig bygg. Observatoriet på Fredriksberg er nå borte, men det er trolig gjengitt på et par gamle malerier.



Figur F.9: *Prospekt av J.F.L. Dreier, hvor man trolig kan se Bergen Observatorium. Større oppløsning her: <https://digitaltmuseum.no/011085443192/festningsbyen-bergen/media?slide=4>*

Bergen observatorium er trolig den lille bygningen med flaggstang midt på festningen i bildet over. Hver lørdag kl 11:45 ble det heist et flagg i flaggstangen, og dette ble firt nøyaktig kl 12:00. Slik kunne alle seilskipene få stilt kronometrene (klokkene) sine, som de brukte når de skulle bestemme lengdegrad til sjøs.

Et nytt observatorium ble opprettet på Nordnes i 1855, og Johan Julius Åstrand (1819-1900) ble ansatt som bestyrer. Han fastsatte breddegraden for observatoriet i 1861, ved å måle senitvinkler til Polaris og Vega. I 1869 ble også dette observatoriet erstattet med en nyere bygning på Nordnes. Lengdegrad ble bestemt telegrafisk i forhold til Kristiania i 1880.

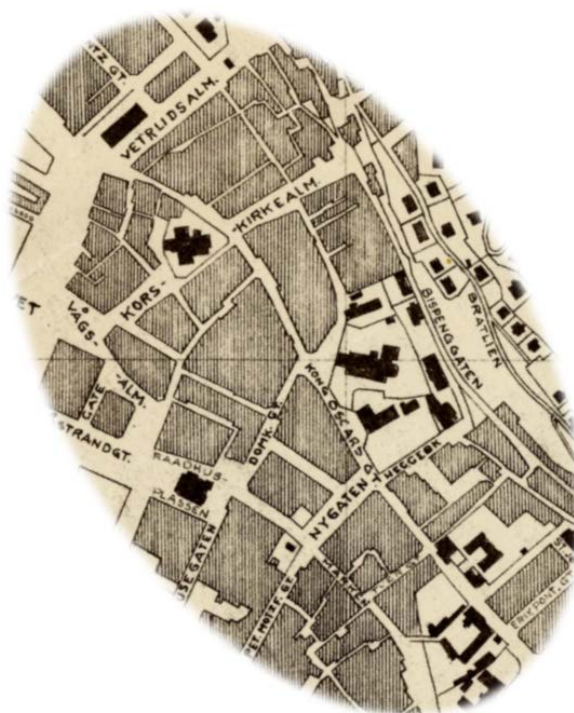
F.2.3 Nordretning

Koordinatsystemets x-akse var orientert mot sann nord. Retningen var bestemt av Norges Geografiske Oppmåling (NGO), på grunnlag av både astronomiske observasjoner og triangulering. Retningen vises på dette kartet fra 1868 som har en meridian inntegnet. Meridianen ligger 23° øst for Ferro, som tilsvarer 3° øst for Paris.



Figur F.10: Utsnitt av kart fra 1868 over Søndre Bergenhus amt, med meridian gjennom Bergen. Kartet finnes i Kartverkets historiske arkiv. Legg merke til høyder i fot på flere fjelltopper. J. J. Åstrand utførte høydemålinger i området rundt Bergen i 1860-årene, både ved hjelp av teodolitt og barometer. (kilde).

Denne nordretningen avviker fra nordretningen i dagens UTM-system.



Figur F.11: Origo i spiret på Domkirken med akser mot sann nord og øst. Utsnitt av bykart fra 1934, Bergens by nr 31.

Dersom kompasset skulle brukes for å finne nord, måtte man den gang som nå ta hensyn

til misvisningen.



Figur F.12: Nordretning angitt på et kart over Sandviken fra 1819. Her ser vi det store avviket mellom sann og magnetisk nord, som var rundt 20 grader på denne tiden

F.3 Realisering av referansesystemet

Når koordinatsystemet er definert, må det realiseres. Det vil si at noen faste punkt får sin posisjon i systemet beregnet. I Bergen innebar dette støping av betongsøyler i faste målepunkt. Mellom to av disse ble det målt avstand, og mellom alle punktene ble det målt vinkler. Så ble koordinater beregnet. Arbeidet ble lagt ut på anbud, og det var Ing. Dahls Opmaaling fra Kristiania som fikk jobben. Dette firmaet etablerte koordinatsystem også i andre norske byer, blant annet i Haugesund og i Skien. I Haugesund ble det også laget et bykart som det finnes bilder av hos Norsk Kartmuseum. Du kan lese mer om Johan Jacob Dahl og firmaet Ing. Dahls Opmaaling i ([Holm, 2014](#)).

F.3.1 Basisnett

Først ble det opprettet en basislinje. Det vil si at to punkt ble markert i terrenget, og at det ble målt nøyaktig avstand mellom disse. På denne tiden ble slike avstandermålt med Jæderins basisapparat. Det var et slikt apparat Ing. Dahls Opmaaling brukte da de etablerte basislinjer både i Haugesund i 1913, og i Bergen. Basisapparatet var en anordning basert på en 24 meter lang invarstreng, med målebånd av stål festet i begge ender.



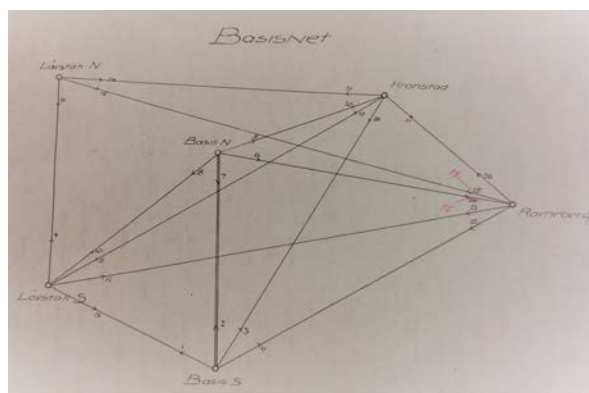
Figur F.13: Jæderins basisapparat, utstilt på det tekniske universitetet i Warszawa. Eget foto.

Her er et utdrag fra Ing. Dahls rapport fra basismålingen i Bergen:

Grundlinjen i Bergen er maalt med Jæderins basisapparat med dilatationsfri streng, der blev strukket med en kraft av 10 kg. Strengen er 3 gangekompareret med den Svenska vetenskapsakademiens basisapparat tilhørende normalstang og er avstanden mellem strengens nulpunkter ved enstrækkraft av 10 kg fundet = 24 m - 0,18 mm. Nogen mærkbar endring av strengens længde mellem de forskjellige komparationer kunde ikkepaavises. Ved grundliniens endepunkter er staaibaand, korrigeret for temperatur - og delefeil. Basispunkterne er fastlagt ved nedgravedebetonblokker, hvori messingbolter med indfilet kryds er indstøpt. Grundlinien er maalt 4 ganger. Ved første gangs fram og tilbakemaaling blevstrækningen utført med fjærvegte og stativernes høideforskjel bestemt ved vertikalvinkelmaaling. Maaling av basis frem er en længde av 808,0763m. Maaling av basis tilbage er en længde av 808,0843 m. Middel = 808.0801 m. Ved anden gangs fram og tilbakemaaling blev strækningen utført med lodder og høideforskjellen mellem stativene bestemt ved nivellement. Maalingen av basis frem gav en længde av 808.0735 m. Maalingen av basis tilbake gav en længde av 808.0826 m. Middel = 808.0780. Middel av de to fram og tilbakemaalinger efter forskjellige metoder blir saaledes 808.079 m +/- 2.5 mm. Korrektion for strenglængden er -6 mm. Korrektion for høide over havet 22 m er -3 mm. Resultat basis N-S = 808.070 m.

Basislinjen inngikk så i et nettverk av trekanten. Ved å måle trekantenes vinkler, kunne deretter lengden av sidene beregnes. Norsk kartmuseum har bilder fra entilsvarende basismåling på Radøy i årene 1912-14, også denne målt med Jæderins basisapparat. Oppfinneren av

apparatet og metoden var den svenske geodet Edvard Jäderin.



Figur F.14: Basisnett, skisse fra Ing. Dahls rapport. Eget foto.



Figur F.15: Basisnettet på ortofoto fra 1951 (www.norgeibilder.no)

Det nordlige punktet finnes fortsatt på Solheim kirkegård, mens det sørlige punktet er midt i Fjøsangerveien og enten begravd eller fjernet.



Figur F.16: *Søylen i det nordlige basispunktet, under en busk på Solheim kirkegård.*

Her er link til et bilde av området fra 1912: <http://www.arstadposten.no/wp-content/uploads/2016/02/%C3%85rstad-ca-1912-bilde-2.jpg>

I alle punktene ble det støpt betongsøyler, og mange av dem står fortsatt. I følge rapporten fra Ing. Dahls Opmaaling var alle søylene, foruten de to basispunktene, støpt på fast fjell og boltet fast. De var ca 1 m høye, formet som rettavkortede kjegler med en diameter på 40 cm i toppen. Her følger to bilder av søylen i punktet Løvstak S.



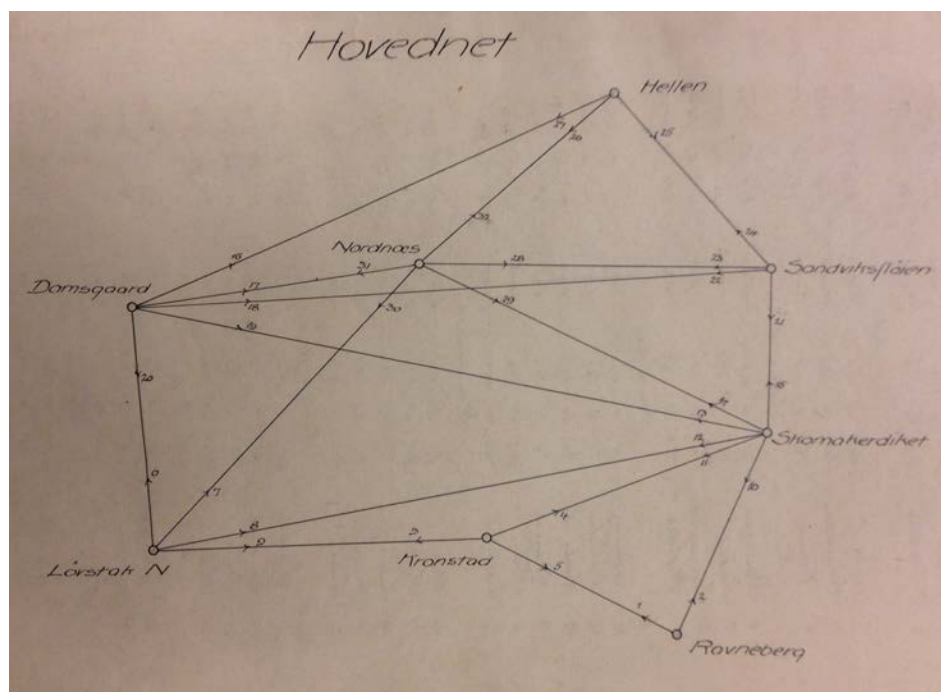
Figur F.17: *Betongsøyle i punktet Løvstak S. Eget foto.*



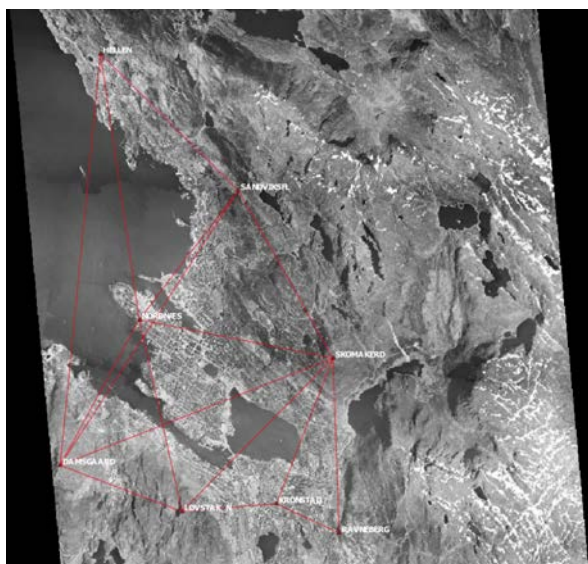
Figur F.18: Målepunktet markert med metallbolt i søylen. Eget foto.

F.3.2 Triangulering

Det ble etablert et hovednett av overordnede punkt.

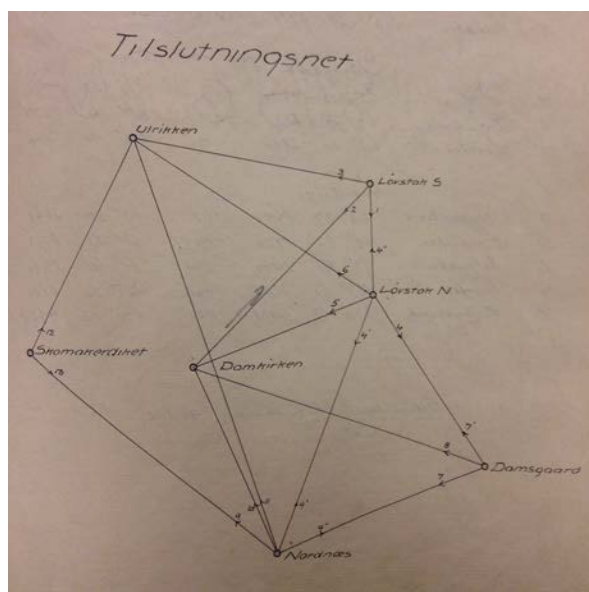


Figur F.19: Skisse av hovednett fra Ing. Dahls rapport. Eget foto.

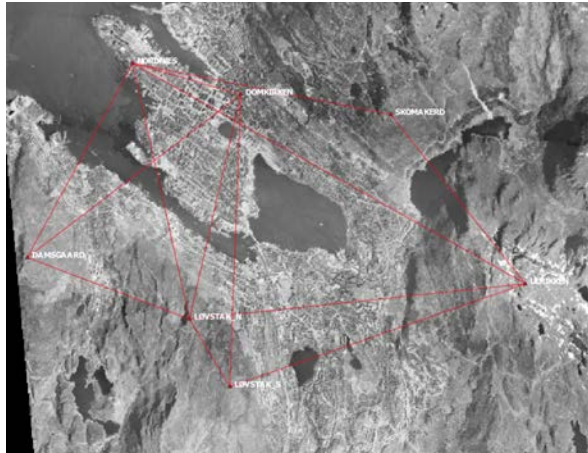


Figur F.20: Hovednettet på ortofoto fra 1951 (www.norgebilder.no).

Det ble også etablert et tilslutningsnett.



Figur F.21: Skisse av tilslutningsnett fra Ing. Dahls rapport (nord er nedover). Eget foto.



Figur F.22: Tilslutningsnettet på ortofoto fra 1951 (www.norgeibilder.no).

Punktet Skomakerdiket" var med i både hovednett og tilslutningsnett.



Figur F.23: Søylene i punktet "Skomakerdiket", fotografert i 2020. Eget foto.

Koordinater ble beregnet.

Triangelpunkter:			
N ^o	y	x	h ^{öj}
Lorslak N	5591,255	9601,769	
Lorslak S	6056,049	2911,057	
Hemslad	6912,717	3784,524	58,4
Rarnabug	7819,919	3419,729	152,4
Basis N	6481,602	3548,095	27,4
Basis S	6685,886	2766,279	28,4
Sagnaas	7512,506	2294,567	79,4
Phimakudihel	7599,368	5878,196	
Damsgaard	3842,472	4155,641	
Nordhas	4840,126	6266,460	44,4
Sandviksflöin	6130,460	8150,913	
Ullien	4086,120	9967,782	
Flöin	6701,708	6510,449	
Ugrenass	4584,249	5579,749	25,4
Dohkirkun	6000,000	6000,000	
Urkirkun	9116,796	4172,254	
Orrkirkun	5699,699	9694,202	
Johanniskirkun	5399,721	5421,658	
1	6852,436	1921,576	
2	6405,674	2165,421	

Figur F.24: Triangelpunkt, koordinatliste fra Ing. Dahls rapport. Eget foto.

F.3.3 Polygonpunkt

Polygonpunkt ble etablert over hele byen, og trolig målt inn ved bruk av polygondrag. Polygonpunktene kunne brukes både som oppstillingspunkt for instrument og som orienteringssikt ved detaljmåling og utsetting.

F.4 Eksempler på bruk av Bergen Lokal

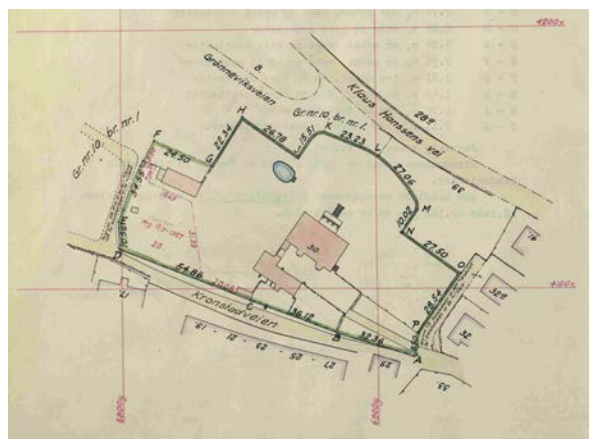
F.4.1 Bykart



Figur F.25: Bykart fra 1934 med rutenett og koordinater. Scannet utgave i høy oppløsning finnes i Kartverkets digitale kartarkiv: Bergens by nr 31

F.4.2 Målebrev

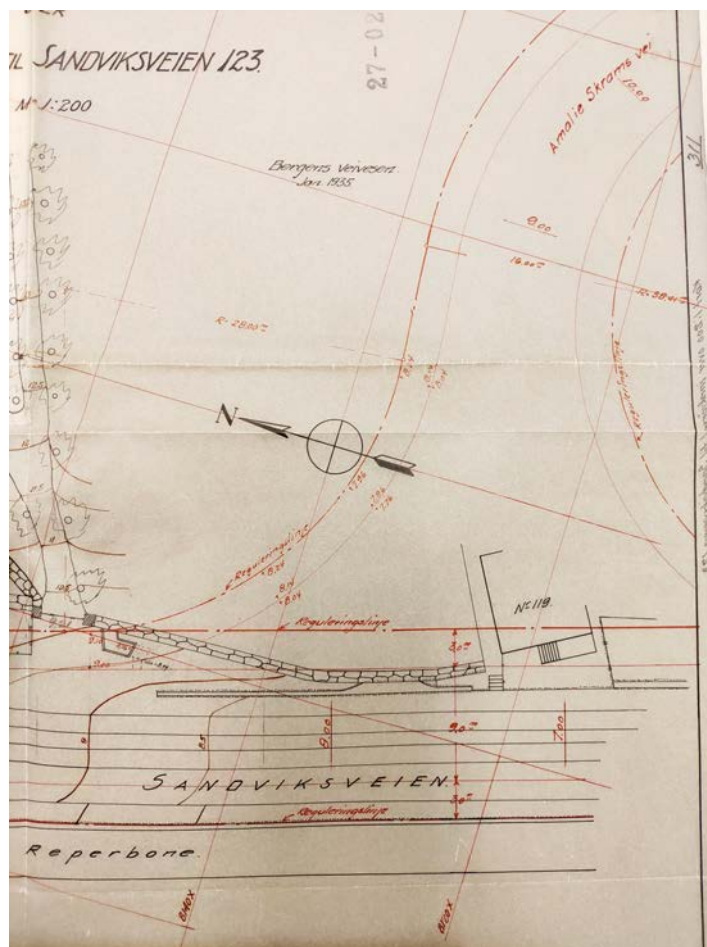
Målebrev med koordinater ble vanlig i Bergen i slutten av 1920-årene.



Figur F.26: Målebrev over gnr. 162 bnr. 170, "Kronstad hovedgård".

F.4.3 Veivæsenet

Veivæsenet var en av etatene som tidlig tok til orde for at Bergen trengte et koordinatsystem. Dette kan vi se av protokollene fra forhandlingene i bystyret. Undervises et eksempel fra 1935 hvor koordinatsystemet er tatt i bruk.



Figur F.27: Kart fra 1935. Bergen Byarkiv. Eget foto.

F.4.4 Vand- og kloakvæsenet

Vand- og kloakvæsenet hevdet også at Bergen trengte et koordinatsystem. Men det har foreløpig ikke lyktes å finne noe karteksempel med koordinater derfra.

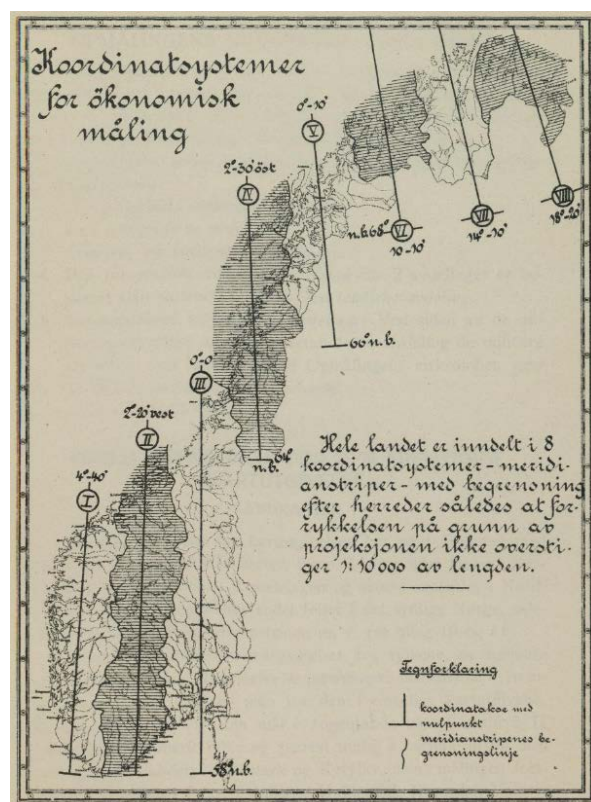


Figur F.28: *Vand og kloakvæsenets brevhode.*
Bergen byarkiv, eget foto.

F.5 Transformasjon til nyere referansesystem

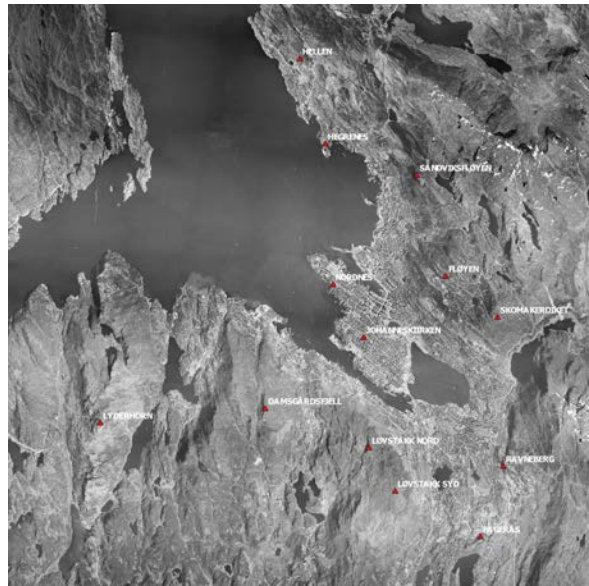
F.5.1 NGO1948

Allerede i 1913 ble det vedtatt et koordinatsystem for økonomisk kartlegging av Norge, som vist på bildet under. Men som kjent ble det ikke noe av den økonomiske kartleggingen de neste 50 årene. Likevel eksisterte dette systemet ihvertfall i teorien, og trolig i ulike varianter. Da Ing. Dahls Opmaaling etablerte lokalt koordinatsystem i Haugesund i 1913, ble det også laget omregningsformler til landsnett". Dette landsnettet hadde origo på 58 grader nord, slik som på figuren under, men på 4 grader vest for Oslo i stedet for 4 grader og 40 minutter. I 1948 ble det foretatt en nyberegning av systemet, og koordinatsystemet gikk etter dette under navnet NGO1948. Dette ble så grunnlaget for den økonomiske kartleggingen i 1950-60 årene.



Figur F.29: Landsdekkende koordinatsystem, kjent som NGO1948. Illustrasjon fra "Norges geografiske opmålings virksomhet gjennom 150 år" av Ole Jacob Broch, 1923.(nb.no - public domain)

Det ble utført en ny triangulering for Bergen i årene 1959-1963. Formålet var å beregne NGO-koordinater på triangelpunktene i Bergen. I den forbindelse ble det beregnet transformasjonsformler mellom koordinatsystemene NGO I (Landsnett) og Bergen Lokal (Bynett).



Figur F.32: *Punktene som var grunnlag for transformasjon mellom Bergen Lokal og NGO1.*

Punktnavn	x_BL	y_BL	x_NGO1	y_NGO1
Damsgårdsfjell	4155.641	3842.472	264983.207	-41945.496
Lyderhorn	3764.333	1130.083	264621.649	-44662.066
Johanneskirken	5421.658	5399.721	266232.061	-40374.476
Nordnes	6266.460	4840.126	267082.955	-40924.796
Sandviksfløyen	8150.913	6130.460	268953.096	-39613.888
Skomakerdiket	5878.196	7593.368	266664.547	-38175.987
Fløyen	6510.449	6701.708	267306.535	-39060.659
Løvstakk syd	2911.057	6056.049	263714.470	-39745.712
Løvstakk nord	3601.729	5591.255	264410.181	-40202.902
Fagerås	2234.554	7512.506	263022.057	-38296.780
Ravneberg	3419.729	7819.919	264203.805	-37976.406
Hellen	9967.782	4086.120	270792.283	-41638.172
Hegrenes	8579.749	4584.249	269398.885	-41155.306

Figur F.33: *Punktene som var grunnlag for transformasjon mellom Bergen Lokal og NGO1.*

F.5.2 Fra NGO1 til Bergen Lokal

TRANSFORMASJONSFORMLER.

I. LANDSNETT TIL BYNETT:

For landsnettskoordinater redusert med

$$x_0 = 260.000,- \quad \text{og} \quad y_0 = -40.000,-$$

(d.v.s.: $x = X_L - 260.000,-$ og $y = Y_L = +40.000,-$)
er transformasjonsformlene når

$$X_B, Y_B \text{ (transformerte verdier) samt } x, y \text{ oppgis i m;}$$

$$(x^2 - y^2) \text{ samt } x \cdot y \text{ oppgis i km}^2:$$

$$X_B = + 0,99994015 \cdot x + 0,01093878 \cdot y + 0,00077877 \cdot (x^2 - y^2) \\ + 0,00294538 \cdot x \cdot y - 805,973$$

$$Y_B = - 0,01093878 \cdot x + 0,99994015 \cdot y - 0,00147269 \cdot (x^2 - y^2) \\ + 0,00155754 \cdot x \cdot y + 5842,427$$

Figur F.34: Offisiell transformasjonsformel fra Bergen kommunes rapport.

Nedenfor er denne formelen programmert i Scilab.

```
function y=ngo2blok(P)
// P er en matrise med to kolonner
// (x og y)
n = size(P,1) //antall punkt
for i = 1:n
    x=P(i,1)-260000;
    y=P(i,2)+40000;
    blok(i,1)=0.99994015*x+0.01093878*y+0.00077877*((x/1000)^2-(y/1000)^2)+ ...
        0.00294538*x/1000*y/1000-805.973;
    blok(i,2)=-0.01093878*x+0.99994015*y-0.00147269*((x/1000)^2-(y/1000)^2)+ ...
        0.00155754*x/1000*y/1000+5842.427;
end
y=blok
endfunction
```

F.5.3 Fra Bergen Lokal til NGO1

II. BYNETT TIL LANDSNETT:

Når X_L, Y_L (transformerte verdier) samt x, y (gitte bynettskoordinater) oppgis i m;
 $(x^2 - y^2)$ samt $x \cdot y$ oppgis i km^2
er transformasjonsformlene:

$$X_L = + 0,99995564 \cdot x - 0,01095073 \cdot y - 0,00081866 \cdot (x^2 - y^2) \\ - 0,00288646 \cdot x \cdot y + 260869,875$$

$$Y_L = + 0,01095073 \cdot x + 0,99995564 \cdot y + 0,00144323 \cdot (x^2 - y^2) \\ - 0,00163732 \cdot x \cdot y - 45833,302$$

NB! Negativ Y-verdi: hjuloveres 107.500,000

Figur F.35: Offisiell transformasjonsformel fra Bergen kommunes rapport.

Nedenfor er denne formelen programmert i Scilab:

```
function y=blok2ngo1(P)
// P er en matrise med to kolonner
// (x og y)
n = size(P,1) //antall punkt
for i = 1:n
    NGO(i,1)=0.99995564*P(i,1) - 0.01095073*P(i,2) - 0.00081866*(P(i,1)^2 - ...
        P(i,2)^2)/1000000 - 0.00288646*P(i,1)*P(i,2)/1000000 + 260869.875
```

```

        NGO(i,2)=0.01095073*P(i,1) + 0.99995564*P(i,2) + 0.00144323*(P(i,1)^2 - ...
            P(i,2)^2)/1000000 - 0.00163732*P(i,1)*P(i,2)/1000000 - 45833.302
    end
    y=NGO
endfunction

```

F.5.4 Transformasjon til Euref89 UTM sone 32

Siden år 2000 har Euref89 vært det offisielle referansesystemet i Norge. Dette systemet benytter UTM-prosjeksjonen. I Bergen brukes UTM-sone 32, som i resten av Sør-Norge. Transformasjon av koordinater fra Bergen Lokal til Euref89 er vanlig å gjøre i to trinn. Først transformeres koordinatene til NGO1 etter den offisielle formelen i forrige avsnitt. Deretter transformeres NGO1-koordinatene videre til Euref89 ved hjelp av kommuneformelen til Statens Kartverk.

En enkel, uoffisiell transformasjon er gitt under, som en Scilab-funksjon.

```

function y=blok2eur(P)
    // P er en matrise med to kolonner
    // (x og y)
    n = size(P,1) //antall punkt
    for i = 1:n
        eur(i,1) = 6695256.933 + 0.9985317*P(i,1) - 0.0556370*P(i,2);
        eur(i,2) = 291505.3047 + 0.9985317*P(i,2) + 0.0556370*P(i,1);
    end
    y = eur;
    //-----
    // Denne transformasjonene er en testversjon basert p  flgende fellespunkt:
    // Damsgrdsfjell, Lyderhorn, Johanneskirken, Nordnes, Sandviksflyen,
    // Skomakerdiket, Flyen, L vstakk syd, L vstakk nord, Fagers, Ravneberg,
    // Hellen, Hegrenes.
    // Opprinnelige bynett-koordinater, euref-koordinater hentet fra www.bergenskart.no
    // Det er en todimensjonal Helmert-transformasjon. Det er beregnet
    // flgende transformasjonsparametere:
    // cx = 6695256.933
    // cy = 291505.305
    // m = 1.0000805
    // k = 3.5435 grader
    // St rste residual ved utregning av transformasjonsparametre var 10 cm,
    // men det gis ingen garanti for at omregningen blir riktig.
endfunction

```


Referanser Tillegg F

Holm, K. R., 2014. Trekk fra fotogrammetriens historie i norge, *Kart og plan*, **74**, 16–31.

Nysæter, H., 2012. Formålet med koordinater på grensepunkt i Norge, *Kart og plan*, **78**, 321–336.

Tillegg G

Gamle lokale referanserammer i Oslo

Dette vedlegget fra 2023 er forfattet av Rune Alsaker, ansatt ved Plan- og bygningsetaten i Oslo kommune. Det gir en kort innføring i Oslos lokale referanserammer som var i bruk fra begynnelsen av 1900-tallet og helt fram til de ble avløst av EUREF89 og NN2000.

G.1 Oslo Lokal

Begrepet Oslo Lokal er en samlebetegnelse for både en historisk referanseramme i grunnriss og en historisk referanseramme i høyde for Oslo

G.1.1 Oslo lokal høyde (OLH)

OLH er knyttet til Normal Null fra 1890 (NN) som hadde fundamentalpunkt/normalhøydepunkt i NGO's hage i St Olavsgate. Oslo gikk ikke over til NN før i 1927, men da ble NN beholdt frem til overgangen til NN2000 i 2015. Det ble over tid etablert et kommunalt presisjonsnivellelement i byggesonen i Oslo, hele dette nettet ble nymålt og fortettet mellom 1970 og 1982 og da utjevnet i ca 10 blokker. NN/OLH er beskrevet i ([Lund, 1955](#)) side 108-118, ([PBE, 2023](#)) og ([Kartverket, 2009](#)).

G.1.2 Overgang til NN2000 i 2015 - nye målinger, beregninger og transformasjoner.

Ved overgangen til NN2000 ble nettet ytterligere supplert av Plan- og bygningsetaten (PBE) og nyberegnet av Kartverket i 2013. Dette kommunale presisjonsnivellelementet består av ca 1000 høydefastmerker hovedsakelig i byggesonen i Oslo, det ble ved nyberegningen i 2013 knyttet til overordnet nett (dvs Kartverkets nett og jernbanens nett) som sist var beregnet i 2008/2009.

Høyder er tilgjengelig i Fastmerkeregisteret i Oslo, se ([PBE, 2022](#)). Høydeforskjellen mellom OLH og NN2000 varierer mellom 36 og 39 cm i byggesonen. En forenklet overgang er å bruke 37 cm som er best dekkende for sentrumsområdene. Det vil si at legger en 37cm til OLH så får en NN2000 innenfor ca 2 cm nøyaktighet.

Det er også laget en stedsavhengig transformasjonsmodell basert på Kartverkets programverktøy, denne kommuneformelen heter "NNTransOsloLokalNN2000.bin" og er basert på vel 350 fellespunkter/høydefastmerker. Formelen kan benyttes ved behov for transformasjonsnøyaktighet ned mot 2-3 mm i byggesonen, f.eks hvis eldre landmålingsdata trenger høydetransformasjon fra OLH til NN2000.

Mer beskrivelser finnes på nettsiden for PBE's kartbestillinger, se (PBE, 2015). Se også i (PBE, 2022). Videre forteller (PBE, 2023) om hele arbeidet med overgang til NN2000 i Oslo.

G.1.3 Oslo Lokal grunnriss

I grunnriss er Oslo Lokal basert på en 5-kant etablert mellom 1902-1912 i gamle Oslo kommune (ca innenfor Ring3 i dag) før sammenslåingen med Aker kommune i 1948. Etableringen hadde sin bakgrunn i krav i Bygningsloven fra 1899. 5-kanten er knyttet til landsnettet ved de 2 NGOpunktene Husbergøya og Basis A fra 1864, samt Oslo Observatorium (OO). Geografiske koordinater fra NGO i 1903 ble omregnet til plan med origo i OO og X-akse langs meridianen i OO. (Se (Lund, 1955), side 89-95 og figur G.1)

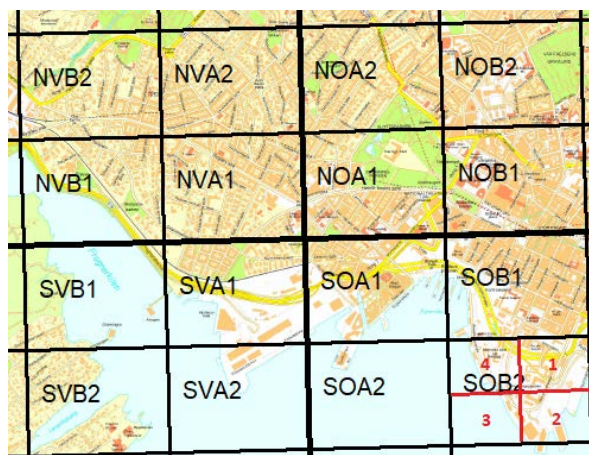


Figur G.1: Figuren viser etableringen av Oslo lokal grunnriss med 1. ordenspunkter (femkanten), tilknytning til landsnett/Ekeberg basis og realisering av plane koordinater ut fra Oslo Observatorium med meridianen som x-akse

I Aker kommune er triangelnettet basert på ca 10 NGO punkter fra 1911 og deretter ca 10 NGO punkter noe senere. (Se (Lund, 1955), side 95-97) Ved kommunesammenslåingen Oslo-Aker i 1948 ble det justeringsbehov siden nettene har noe ulikt opphav hovedsakelig fordi Oslo-nettet var basert på "oppmålingsmeter" og Aker-punkter på "internasjonal meter", se (Lund, 1955), side 97-98). En del avvik på 10-15 cm i overgangssonene ble arbeidet med fra 1951.

Felles kartbladssystem er basert på Origo i Oslo Observatorium (OO). For kartbladstørrelse 600*800 m i 1:1000 består kartbladnavn av 2 bokstaver for de 4 kvadranter/himmelretninger,

alfabetisk stigende bokstav i begge retninger øst-vest og stigende tall i begge retninger nord-sør (f.eks NVA1).



Figur G.2: *Figuren illustrerer kartbladinndeelingen i Oslo lokal*

Forbedret nettutjevning på Nordstrandsplatået ble tilpasset ca 1975-79

G.1.4 Overgang til EUREF89 i 2006 – nye målinger, beregninger og transformasjoner

Fra ca 2000-2005 ble ca 4500 fastmerker målt (GPS/Euref89) som hjelp til analyse med feilvektorkart og dels til bruk som kommunale fellespunkter til Sktrans sin stedsavhengig transformasjonsformel til Euref89. Ca 3500 fellespunkter er benyttet i kommuneformelen for Oslo, transformasjonsnøyaktighet i byggesonen er beregnet til å være ca 3 cm. Transformasjonsbiblioteket/kommuneformelen for Oslo heter "Skt2os03.dll" og kan brukes i Sktrans og noen andre programpakker. Denne kommuneformelen er fortsatt jevnlig i bruk ifbm historiske koordinater oppgitt i Oslo Lokal, f.eks gamle målebrev.

Sktrans sin formel for stedsavhengig transformasjon er beskrevet i avsnitt 6.1 i dette dokument.

Mer informasjon finnes også i (PBE, 2022).

Referanser Tillegg G

Kartverket, 2009. Norges offisielle høydesystemer og referanseniver 2.1, Standarder for geografisk informasjon.

Lund, E., 1955. *Kommunalt oppmålingsvesen*, https://urn.nb.no/URN:NBN:no-nb_digibok_2007020101087.

PBE, 2015. Info om høydesystemer i oslo på nettside for pbe's kartbestillinger, <https://www.byggesak.com/default.aspx>, klikk på "Gjeldende høydesystem".

PBE, 2022. Følg brev/informasjonsskriv til fastmerkeregisteret i oslo, Tilgjengelig ved henvendelse til Geodataavdelingen i PBE (dig.kart@pbe.oslo.kommune.no).

PBE, 2023. Overgang til nytt nasjonalt høydesystem nn2000 i oslo – del 1 geodetisk del, Tilgjengelig ved henvendelse til Geodataavdelingen i PBE (dig.kart@pbe.oslo.kommune.no).



Kartverket

www.kartverket.no

Postadresse: Postboks 600 Sentrum, 3507 Hønefoss

Telefon: 32 11 80 00

E-post: post@kartverket.no

Organisasjonsnummer: 971 040 238

